

Résoudre  $\sqrt{7x-3} < \sqrt{3x+2} + \sqrt{2x-7}$ .

Les conditions d'existence sont  $x \geq \frac{3}{7}$ ,  $x \geq \frac{-2}{3}$  et  $x \geq \frac{7}{2}$ . Finalement, on doit donc avoir  $x \geq \frac{7}{2}$ .

Les deux membres étant positifs, élevons-les au carré, pour obtenir

$$7x - 3 < 3x + 2 + 2\sqrt{3x+2}\sqrt{2x-7} + 2x - 7 \iff x + 1 < \sqrt{3x+2}\sqrt{2x-7}$$

Elevons à nouveau au carré pour obtenir

$$x^2 + 2x + 1 < 6x^2 - 17x - 14 \iff 5x^2 - 19x - 15 > 0$$

Les racines du dernier trinôme sont  $x_1 = \frac{19 - \sqrt{661}}{10} \approx -0,67$  et  $x_2 = \frac{19 + \sqrt{661}}{10} \approx 4,47$ . Le tableau de signes correspondant à la dernière inéquation est

$x$		$\frac{19 - \sqrt{661}}{10}$	$\frac{19 + \sqrt{661}}{10}$	
$5x^2 - 19x - 15$	+	0	-	0
		0	+	

On doit donc avoir  $x < \frac{19 - \sqrt{661}}{10}$  ou  $x > \frac{19 + \sqrt{661}}{10}$ . Afin de satisfaire la condition d'existence, seule la deuxième solution est acceptable.

Finalement,  $Sol : \left[ \frac{19 + \sqrt{661}}{10}; +\infty \right[$ .