Résoudre l'équation $\ln\big(\sqrt{x}-3\big)-\ln\big(2\sqrt{x}-1\big)=\ln\big(\sqrt{x}-1\big)-\ln\big(4\sqrt{x}+5\big)$.

On doit avoir

- $x>0$
- $\sqrt{x}-3>0$, donc $x>9$;
- $2\sqrt{x}>1$, donc $x>\frac{1}{4}$;
- $\sqrt{x}-1>0$, donc $x>1$;
- $4\sqrt{x}-5>0$, donc $x>\frac{25}{16}$;

En résumé, on doit avoir $x>9$.

Cette condition étant satisfaite, on a

$$\ln\big(\sqrt{x}-3\big)-\ln\big(2\sqrt{x}-1\big)=\ln\big(\sqrt{x}-1\big)-\ln\big(4\sqrt{x}+5\big) \iff \frac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}-1}=\frac{\sqrt{x}-1}{4\sqrt{x}+5}$$

ou encore, en posant $u=\sqrt{x}$,

$$u^2-2u-8=0 \iff (u+2)(u-4)=0$$

- $\sqrt{x}=-2$ ce qui est impossible ;
- $\sqrt{x}=4$, donc $x=16$.

Finalement $\boxed{Sol=\{16\}}$.