

Résoudre l'inéquation $\log(x - \sqrt{1 - x^2}) < 0$.

Conditions d'existence :

Nous devons imposer plusieurs conditions d'existence :

- $1 - x^2 \geq 0$, c'est-à-dire $-1 \leq x \leq 1$;
- $x - \sqrt{1 - x^2} > 0$ ou encore $x > \sqrt{1 - x^2}$, ce qui implique déjà que $x > 0$. En élevant les deux membres au carré, on a $x^2 > 1 - x^2$, c'est-à-dire $x^2 > \frac{1}{2}$ ou encore $x < \frac{-\sqrt{2}}{2}$ ou $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Tenant compte de ces trois conditions, on doit imposer $\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2} < x \leq 1}$.

Résolution :

L'équation est équivalente à $\log(x - \sqrt{1 - x^2}) < \log 1$, c'est-à-dire $x - \sqrt{1 - x^2} < 1$ ou encore $x - 1 < \sqrt{1 - x^2}$. En élevant les deux membres au carré, on a

$$(x - 1)^2 < 1 - x^2 \iff 2x(x - 1) < 0$$

c'est-à-dire $0 < x < 1$.

Tenant compte des conditions d'existence, on a $\boxed{Sol = \left] \frac{\sqrt{2}}{2}; 1 \right[}$.