

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $125^x - 31 \cdot (5^x - 1) \cdot 5^{x-1} = 1$.

En posant $5^x = t$, cette équation devient

$$t^3 - 31 \cdot (t - 1) \cdot \frac{t}{5} = 1 \iff 5(t^3 - 1) - 31(t - 1) - 5 = 0 \iff (t - 1)(5t^2 - 26t + 5) = 0$$

dont les solutions sont $t = 1$, $t = 5$ ou $t = \frac{1}{5}$.

- Si $5^x = 1$, alors $x = 0$;
- si $5^x = 5$, alors $x = 1$;
- si $5^x = \frac{1}{5}$, alors $x = -1$.

Finalement $Sol = \left\{ -1; 0; 1 \right\}$.