

Exprimer l'expression suivante en fonction de $\log a$ et $\log b$: $\log \left[\left(\frac{a}{b^2} \right)^3 \sqrt[3]{\frac{a^2}{b}} \right]$

On utilise uniquement trois propriétés principales des logarithmes, à savoir

$$\log AB = \log A + \log B \qquad \log \frac{A}{B} = \log A - \log B \qquad \log A^k = k \log A$$

Ceci étant, on a successivement :

$$\begin{aligned} \log \left[\left(\frac{a}{b^2} \right)^3 \sqrt[3]{\frac{a^2}{b}} \right] &= \log \left(\frac{a}{b^2} \right)^3 + \log \sqrt[3]{\frac{a^2}{b}} \\ &= 3 \log \frac{a}{b^2} + \frac{1}{3} \log \frac{a^2}{b} \\ &= 3(\log a - \log b^2) + \frac{1}{3}(\log a^2 - \log b) \\ &= 3 \log a - 6 \log b + \frac{2}{3} \log a - \frac{1}{3} \log b \\ &= \boxed{\frac{11}{3} \log a - \frac{19}{3} \log b} \end{aligned}$$