Résoudre l'équation $2\log_4(x+1) + \log_4(x+3) = \log_4(6x+2) + \dfrac{1}{2}$.

Conditions d'existence :

- $x+1>0$, donc $x>-1$;
- $x+3>0$, donc $x>-3$;
- $6x+2>0$, donc $x>\frac{-1}{3}$.

Finalement $\boxed{x>\frac{-1}{3}}$.

Résolution :

$$\begin{aligned}
& 2\log_4(x+1) + \log_4(x+3) = \log_4(6x+2) + \frac{1}{2} \\
\Longleftrightarrow\quad & \log_4(x+1)^2 + \log_4(x+3) = \log_4(6x+2) + \log_4 2 \\
\Longleftrightarrow\quad & \log_4\left((x+1)^2.(x+3)\right) = \log_4\left(2.(6x+2)\right) \\
\Longleftrightarrow\quad & (x+1)^2.(x+3)) = 2.(6x+2) \\
\Longleftrightarrow\quad & (x^2+2x+1).(x+3) - (12x+4) = 0 \\
\Longleftrightarrow\quad & x^3+2x^2+x+3x^2+6x+3-12x-4=0 \\
\Longleftrightarrow\quad & x^3+5x^2-5x-1=0 \\
\Longleftrightarrow\quad & (x^3-1)+(5x^2-5x)=0 \\
\Longleftrightarrow\quad & (x-1)(x^2+x+1)+5x(x-1)=0 \\
\Longleftrightarrow\quad & (x-1)(x^2+6x+1)=0 \\
\Longleftrightarrow\quad & x-1=0 \quad \text{ou} \quad x^2+6x+1=0 \\
\Longleftrightarrow\quad & x=1 \quad \text{ou} \quad x=-3\pm 2\sqrt{2}
\end{aligned}$$

La solution $x=-3-2\sqrt{2}\approx -5,83$ est à rejeter (*cf.* condition d'existence).

Conclusion : $\boxed{Sol = \left\{ -3+2\sqrt{2}; 1 \right\}}$.