Résoudre :

$$\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ xy=x+y+1 \end{cases}$$

On sait que $(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$. Donc, puisque $x+y=xy-1$ (2e équation), on a

$$(xy-1)^2 = 13+2xy \iff x^2y^2-4xy-12=0 \iff (xy-2)^2=16$$

On a $xy=6$ (et donc $x+y=5$) ou $xy=-2$ (et donc $x+y=-3$). On est donc conduit à deux sous-systèmes :

- $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ x+y=5 \end{cases} \iff \begin{cases} x^2+y^2=13 \\ x=5-y \end{cases} \iff \begin{cases} y^2-5y+6=0 \\ x=5-y \end{cases}$

  c'est-à-dire $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

- $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ x+y=-2 \end{cases} \iff \begin{cases} x^2+y^2=13 \\ x=-2-y \end{cases} \iff \begin{cases} y^2+3y-2=0 \\ x=-2-y \end{cases}$

  c'est-à-dire $\begin{cases} x=\frac{-3-\sqrt{17}}{2} \\ y=\frac{-3+\sqrt{17}}{2} \end{cases}$ ou $\begin{cases} x=\frac{-3+\sqrt{17}}{2} \\ y=\frac{-3-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$

Finalement, on a quatre solutions : $\boxed{\left\{(2;3);(3;2);(\frac{-3-\sqrt{17}}{2};\frac{-3+\sqrt{17}}{2});(\frac{-3+\sqrt{17}}{2};\frac{-3-\sqrt{17}}{2})\right\}}$.

Remarque : géométriquement, cela correspond aux quatre points d'intersection du cercle d'équation $\mathbb{C} \equiv x^2+y^2=13$ et de l'hyperbole équilatère $\mathbb{H} \equiv y=\dfrac{x+1}{x-1}$.