

Calculer $\int_0^{\frac{\pi}{12}} \cos^2 x \, dx.$

Utilisant la formule de Carnot $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$, nous avons alors immédiatement

$$\begin{aligned}\int_0^{\frac{\pi}{12}} \cos^2 x \, dx &= \int_0^{\frac{\pi}{12}} \frac{1 + \cos 2x}{2} \, dx \\ &= \frac{1}{2} \left[x + \frac{1}{2} \sin 2x \right]_0^{\frac{\pi}{12}} \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{12} + \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6} \right] \\ &= \boxed{\frac{1}{24} (\pi + 3)}\end{aligned}$$