Calculer $\displaystyle\int x \cdot \arcsin x \; dx$.

En utilisant une intégration par parties, nous avons

$u = \arcsin x$	$u' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$v = \frac{1}{2}x^2$	$v' = x$

$$
\begin{aligned}
\int x \cdot \arcsin x \; dx &= \tfrac{1}{2}x^2 \arcsin x - \tfrac{1}{2}\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} \; dx \\
&= \tfrac{1}{2}x^2 \arcsin x - \tfrac{1}{2}\int \frac{x^2-1+1}{\sqrt{1-x^2}} \; dx \\
&= \tfrac{1}{2}x^2 \arcsin x - \tfrac{1}{2}\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} + \tfrac{1}{2}\int \frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}} \; dx \\
&= \tfrac{1}{2}x^2 \arcsin x - \tfrac{1}{2}\arcsin x + \tfrac{1}{2}\int \sqrt{1-x^2} \; dx \\
&\overset{(1)}{=} \tfrac{1}{2}(x^2-1)\arcsin x + \tfrac{1}{2}\int \cos^2 t \; dt \\
&= \tfrac{1}{2}(x^2-1)\arcsin x + \tfrac{1}{2}\int \frac{1+\cos 2t}{2} \; dt \\
&= \tfrac{1}{2}(x^2-1)\arcsin x + \tfrac{1}{4}\left(t + \tfrac{1}{2}\sin 2t\right) + K \\
&= \tfrac{1}{2}(x^2-1)\arcsin x + \tfrac{1}{4}\left(t + \tfrac{1}{2}\sin 2t\right) + K \\
&= \tfrac{1}{2}(x^2-1)\arcsin x + \tfrac{1}{4}t + \tfrac{1}{4}\sin t \cot t + K \\
&= \tfrac{1}{2}(x^2-1)\arcsin x + \tfrac{1}{4}\arcsin x + \tfrac{1}{4}x\sqrt{1-x^2} + K \\
&= \boxed{\tfrac{1}{2}\left(x^2-\tfrac{1}{2}\right)\arcsin x + \tfrac{1}{4}x\sqrt{1-x^2} + K \text{ avec } K \in \mathbb{R}.}
\end{aligned}
$$

(1) En posant $x = \sin t$ et $dx = \cos t \; dt$ et en utilisant une formule de Carnot.