

Calculer $\int \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} dx$.

Bien que d'un aspect un peu compliqué, cet exercice est particulièrement élémentaire. En effet :

$$\begin{aligned} \int \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} dx &= \int \left(\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} \right) dx \\ &= \int (x - x^{1/6}) dx \\ &= \frac{1}{2}x^2 - \frac{6}{7}x^{7/6} + K \\ &= \boxed{\frac{1}{2}x^2 - \frac{6}{7}\sqrt[6]{x^7} + K} \end{aligned}$$