

Calculer  $\int \frac{1}{\cos x} dx$ .

Cet exercice est un grand classique de l'intégration de fonctions trigonométriques. En posant,  $t = \tan \frac{x}{2}$ , on  $dx = \frac{2 dt}{1+t^2}$  et en se souvenant que  $\cos x = \frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}}$ , il vient

$$\int \frac{1}{\cos x} dx = \int \frac{1+t^2}{1-t^2} \cdot \frac{2}{1+t^2} dt$$

$$= \int \frac{2}{1-t^2} dt$$

$$= \int \frac{2}{(1-t) \cdot (1+t)} dt$$

$$\stackrel{(1)}{=} \int \left( \frac{A}{1-t} + \frac{B}{1+t} \right) dt$$

$$= \int \left( \frac{1}{1-t} + \frac{1}{1+t} \right) dt$$

$$= -\ln|1-t| + \ln|1+t| + K$$

$$= \ln \left| \frac{1+t}{1-t} \right| + K$$

$$= \boxed{\ln \left| \frac{1 + \tan \frac{x}{2}}{1 - \tan \frac{x}{2}} \right| + K \text{ avec } K \in \mathbb{R}.}$$

(1) On a  $(A-B)t + (A+B) = 2$ , donc  $A-B = 0$  et  $A+B = 2$ , donc  $A = 1$  et  $B = 1$ .