

Calculer $\int_1^2 \ln^2 x \, dx$ en utilisant une intégration par parties.

Rappelons au passage que $\int \ln x \, dx = x \cdot (\ln x - 1) + k$.

En utilisant comme demandé une intégration par parties, on a

$u = \ln^2 x$	$u' = \frac{2 \ln x}{x}$
$v = x$	$v' = 1$

On a donc :

$$\begin{aligned} \int_1^2 \ln^2 x \, dx &= \left[x \cdot \ln^2 x \right]_1^2 - \int_1^2 \frac{2 \ln x}{x} \cdot x \, dx \\ &= \left[x \cdot \ln^2 x \right]_1^2 - 2 \int_1^2 \ln x \cdot x \, dx \\ &= \left[x \cdot \ln^2 x - 2x \cdot (\ln x - 1) \right]_1^2 \\ &= \left[2 \ln^2 2 - 4(\ln 2 - 1) \right] - \left[\ln^2 1 - 2(\ln 1 - 1) \right] \\ &= 2 \ln^2 2 - 4 \ln 2 + 4 - 2 \\ &= \boxed{2 \ln^2 2 - 4 \ln 2 + 2} \end{aligned}$$