

Déterminer toutes les primitives de $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$.

En utilisant la substitution $x = \sin t$ et donc $dx = \cos t \, dt$, ainsi que la formule de Carnot $\sin^2 a = \frac{1}{2}(1 - \cos 2a)$, il vient immédiatement

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\sin^2 t}{\cos t} \cos t \, dt$$

$$= \int \sin^2 t \, dt$$

$$= \int \frac{1 - \cos 2t}{2} \, dt$$

$$= \frac{t}{2} - \frac{\sin 2t}{4} + K$$

$$= \frac{t}{2} - \frac{\sin t \cdot \cos t}{2} + K$$

$$= \boxed{\frac{\arcsin x}{2} - \frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + K \text{ avec } K \in \mathbb{R}}$$