

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-2}{x-1} \right)^x$.

On sait que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = e$ et que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n} \right)^n = \frac{1}{e}$ (résultats classiques). On a donc immédiatement :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-2}{x-1} \right)^x &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x-1} \right)^x \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x-1} \right)^{x-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{x-1} \right) \\ &= \frac{1}{e} \cdot 1 \\ &= \boxed{\frac{1}{e}} \end{aligned}$$