

Calculer $\int_0^\pi \sin^3 x \cos^4 x \, dx$.

Puisque cette intégrale peut s'écrire également $\int_0^\pi \sin x \sin^2 x \cos^4 x \, dx = \int_0^\pi \sin x (1 - \cos^2 x) \cos^4 x \, dx$,
posons $u = \cos x$ et donc $du = -\sin x \, dx$.

$$\begin{aligned} \int_0^\pi \sin x (1 - \cos^2 x) \cos^4 x \, dx &= \int_{-1}^{-1} (1 - u^2) u^4 (-du) \\ &= \int_{-1}^1 (u^4 - u^6) \, du \\ &= \left. \frac{u^5}{5} - \frac{u^7}{7} \right]_{-1}^1 \\ &= 2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) \\ &= \boxed{\frac{4}{35}} \end{aligned}$$