Calculer $I = \dfrac{\sqrt{3}}{6}\left(\pi + 3\ln 3\right) - \displaystyle\int_1^{\sqrt{3}} \ln \dfrac{x^2+3}{2x}\ dx$.
Si nécessaire, les approximations suivantes peuvent être utilisées :

$$\ln 3 \approx 1,732 \qquad \pi \approx 3,14 \qquad \ln 2 \approx 0,693 \qquad \ln 3 \approx 1,099$$

Calculons $\displaystyle\int \ln \frac{x^2+3}{2x}\ dx$ en utilisant une intégration par parties :

$u = \ln \dfrac{x^2+3}{2x}$	$u' = \dfrac{x^2-3}{x.(x^2+3)}$
$v = x$	$v' = 1$

On a alors

$$\begin{aligned}
\int \ln \frac{x^2+3}{2x}\ dx &= x \cdot \ln \frac{x^2+3}{2x} - \int \frac{x^2-3}{x.(x^2+3)} \cdot x\ dx \\
&= x \cdot \ln \frac{x^2+3}{2x} - \int \frac{x^2-3}{x^2+3}\ dx \\
&= x \cdot \ln \frac{x^2+3}{2x} - \int \frac{x^2+3-6}{x^2+3}\ dx \\
&= x \cdot \ln \frac{x^2+3}{2x} - \int \left(1 - \frac{6}{x^2+3}\right)\ dx \\
&= x \cdot \ln \frac{x^2+3}{2x} - x + 2\sqrt{3}\arctan \frac{x}{\sqrt{3}} + K
\end{aligned}$$

Ainsi donc

$$\begin{aligned}
I &= \frac{\sqrt{3}}{6}\left(\pi + 3\ln 3\right) - \left[x \cdot \ln \frac{x^2+3}{2x} - x + 2\sqrt{3}\arctan \frac{x}{\sqrt{3}}\right]_1^{\sqrt{3}} \\
&= \frac{\sqrt{3}}{6}\left(\pi + 3\ln 3\right) - \left[\sqrt{3}\ln \frac{6}{2\sqrt{3}} - \sqrt{3} + 2\sqrt{3}\arctan 1\right] + \left[\ln 2 - 1 + 2\sqrt{3}\arctan \frac{1}{\sqrt{3}}\right] \\
&= \frac{\pi\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\ln 3 - \sqrt{3}\ln\sqrt{3} + \sqrt{3} - \frac{\pi\sqrt{3}}{2} + \ln 2 - 1 + \frac{\pi\sqrt{3}}{3} \\
&= \boxed{\sqrt{3} + \ln 2 - 1 \approx 1,425}
\end{aligned}$$