

Déterminer toutes les asymptotes de $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{1 + \log_2 x}$.

- (1) Conditions d'existence : $x > 0$ et $1 + \log_2 x \neq 0 \iff x \neq 2^{-1} = \frac{1}{2}$.

Le domaine de définition de cette fonction est donc $\mathbb{R}_0^+ \setminus \{\frac{1}{2}\}$.

- (2) Asymptotes verticales :

Puisque $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x) = +\infty$, la fonction admet pour asymptote verticale la droite $x = \frac{1}{2}$.

- (3) Asymptotes horizontales :

Puisque $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^+$, la fonction admet pour asymptote horizontale la droite $y = 0$ (*i.e.* l'axe des abscisses).

- (4) Asymptotes obliques :

Il n'y a pas d'asymptote oblique puisqu'il y a une asymptote horizontale.