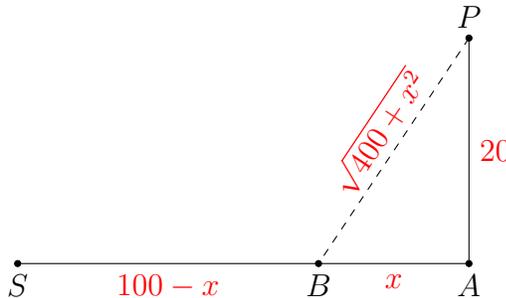


Question 3

Une sauveteuse se trouve en bord de mer en un point S lorsqu'elle remarque qu'une personne se trouvant en un point P (dans la mer) est en détresse. La sauveteuse est capable de courir le long de la berge à la vitesse $v = \frac{\sqrt{409}}{3}$ m/s et de nager à la vitesse $u = 1$ m/s. Sa stratégie consiste à courir le long de la berge jusqu'à un point B de son choix et à ensuite nager de B à P . Soit A le point de la berge qui est le plus proche de P . Si la nageuse sait que la distance $|SA|$ est de 100 m et que la distance $|AP|$ est de 20 m, quelle est sa stratégie optimale pour atteindre P le plus rapidement possible? On supposera que la berge forme un segment de droite.



Le but est de minimiser le temps de parcours T . Ce temps de parcours se décompose en deux parties :

- le temps t_1 parcouru en courant sur la berge sur la longueur $|SB|$ à la vitesse de $v = \frac{\sqrt{409}}{3}$ m/s;
- le temps t_2 parcouru en nageant sur la longueur $|BP|$ à la vitesse de $u = 1$ m/s.

Ainsi

$$T(x) = t_1 + t_2 = \frac{3(100 - x)}{\sqrt{409}} + \frac{\sqrt{400 + x^2}}{1}$$

Calculons la dérivée $T'(x)$:

$$T'(x) = \frac{-3}{\sqrt{409}} + \frac{x}{\sqrt{400 + x^2}}$$

Ainsi $T'(x) = 0 \iff \frac{3}{\sqrt{409}} = \frac{x}{\sqrt{400 + x^2}} \iff 409x^2 = 9(400 + x^2) \iff x = \pm 3$ dont on ne garde que la valeur positive.

La sauveteuse doit donc courir 97 mètres sur la berge.