Résoudre l'équation : $2\sin^2 x + \sin^2 2x = 2$

On a successivement

$$\begin{aligned}
& 2\sin^2 x + \sin^2 2x = 2 \\
\Longleftrightarrow \quad & 2\sin^2 x - 2 + \sin^2 2x = 0 \\
\Longleftrightarrow \quad & 2\left(\sin^2 x - 1\right) + (2\sin x \cos x)^2 = 0 \\
\Longleftrightarrow \quad & -2\cos^2 x + 4\sin^2 x \cos^2 x = 0 \\
\Longleftrightarrow \quad & 2\cos^2 x \left(2\sin^2 x - 1\right) = 0 \\
\Longleftrightarrow \quad & \cos x = 0 \qquad \text{ou} \quad \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \text{ou} \qquad \sin x = \frac{-\sqrt{2}}{2}
\end{aligned}$$

- $\cos x = 0$ et donc $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ (avec $k \in \mathbb{Z}$).
- $\sin x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et donc $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$ ou $x = \dfrac{3\pi}{4} + k\pi$ (avec $k \in \mathbb{Z}$)
- $\sin x = \dfrac{-\sqrt{2}}{2}$ et donc $x = \dfrac{5\pi}{4} + k\pi$ ou $x = \dfrac{7\pi}{4} + k\pi$ (avec $k \in \mathbb{Z}$)

Finalement, les solutions principales sont $\boxed{Sol = \left\{\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}\right\}}$.