Exercices résolus de mathématiques.

Analyse

ANA 7

EXANA070 – EXANA079

http://www.matheux.be.tf

Jacques Collot

Octobre 03

EXANA070 – EPL, UCL, LLN, septembre 2000.

On considère la fonction définie par

$$f(x) = 2\sin x + \sin 2x$$

a) Donnez la plus petite période de *f*.
b) Calculer *f'* et situer les extrema avec précision.
c) Situer les points d'inflexion de manière approximative.
d) Esquissez le graphe de *f* sur une période.

a) Période : $p = 2\pi$

b) $f'(x) = 2\cos x + 2\cos 2x$

Les extréma sont donnés par : $f'(x) = 0$

$$\rightarrow \cos 2x = -\cos x = \cos(\pi - x) \rightarrow \begin{cases} 2x = \pi - x + 2k\pi \\ 2x = -\pi + x + 2k\pi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{2k\pi}{3} \\ x = \pi + 2k\pi \end{cases}$$

$$\rightarrow x = \frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3}$$

c) Les points d'inflexion sont donnés par $f''(x) = 0$

$$\rightarrow -2\sin x - 4\sin 2x = 0 \rightarrow \sin x = -2\sin 2x \rightarrow \sin x = -4\sin x\cos x$$

c.1 $\sin x = 0 \rightarrow x = k\pi$

c.2 $1 = -4\cos x \rightarrow \cos x = -\dfrac{1}{4} \rightarrow x = \pm 1.823 + k\pi$

d) Le graphique est donné ci-dessous.

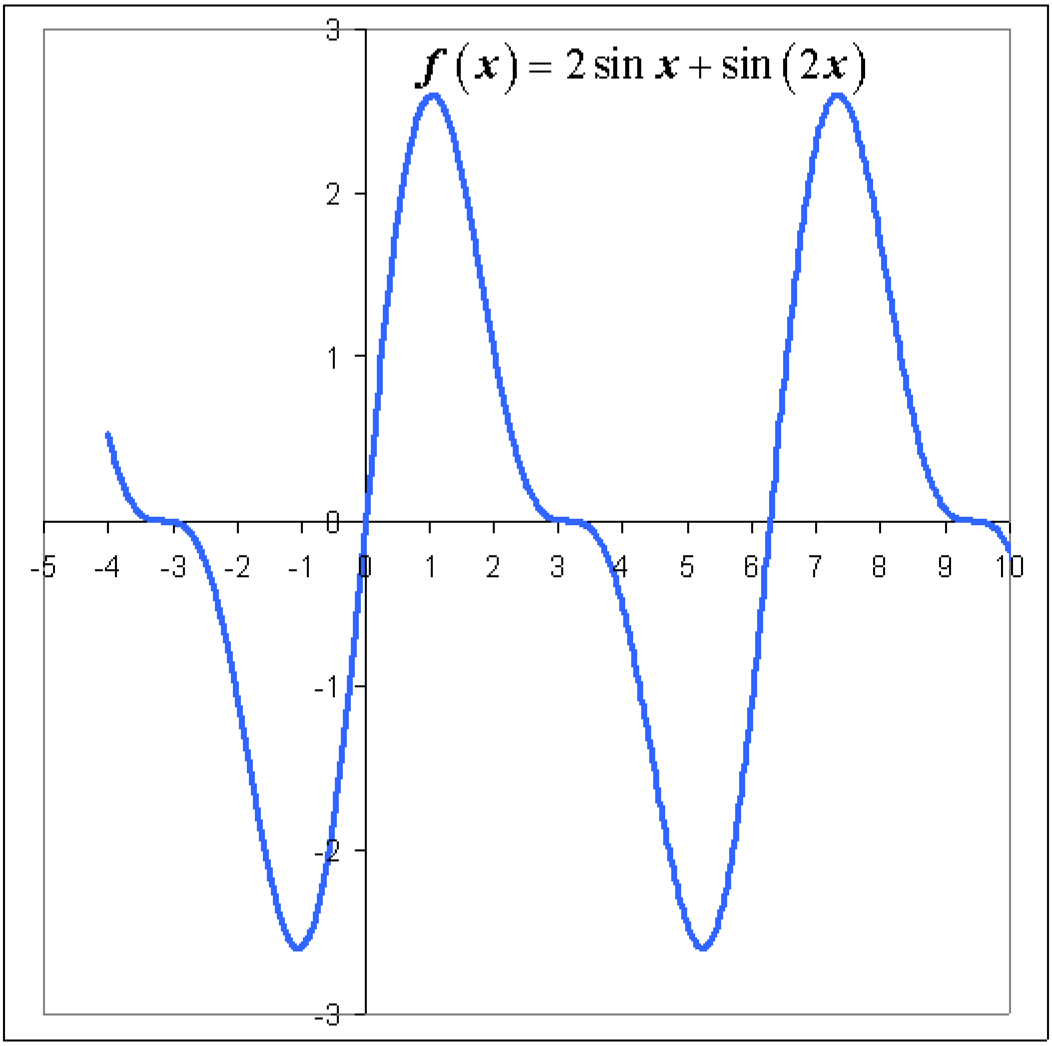
On remarquera que

d.1 $x = \dfrac{\pi}{3} \rightarrow y \approx 2.6$ Maximum

d.2 $x = -\dfrac{\pi}{3} \rightarrow y \approx -2.6$ Minimum

d.3 $f(\pi) = f'(\pi) = f''(\pi) = 0$

Donc, la tangente au point d'inflexion est l'axe des *x*.


$f(x) = 2\sin x + \sin(2x)$
3
2
1
0
-1
-2
-3
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

EXANA071 – EPL, UCL, LLN, septembre 2000.

Les courbes $y = x^2$ et $y = e^{-x+1}$ se coupent en un point P dont l'abscisse est un entier.

a) Déterminer l'abscisse a de ce point P.

b) On considère la fonction définie

par $f(x) = x^2 \quad \text{si} \quad 0 \le x \le a$

et par $f(x) = e^{-x+1}x^2 \quad \text{si} \quad a \le x$

Calculer : $\int_0^b f(x)\,dx \quad \text{pour} \quad a \le b$

c) Déterminer la valeur de b pour que : $\int_0^b f(x)\,dx = 1$

$$\text{a)} \begin{cases} y = x^2 \\ y = e^{-x+1} \end{cases} \rightarrow \quad 2\ln a = -a + 1 \quad \rightarrow \quad a = 1$$

$$\text{b) } I = \int_0^b f(x)\,dx = \int_0^a f(x)\,dx + \int_a^b f(x)\,dx$$

$$= \int_0^1 x^2\,dx + \int_1^b e^{-x+1}\,dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 + \left[-e^{-x+1}\right]_1^b = \frac{4}{3} - e^{-b+1}$$

$$\text{c) } I = \int_0^b f(x)\,dx = 1 \rightarrow \frac{4}{3} - e^{-b+1} = 1 \rightarrow b = \ln 3 + 1$$

EXANA072 – EPL, UCL, LLN, juillet 2001, série1.

a) $$\lim_{x\to 0}\left(x\ln x\right)$$

b) $$\int_0^1 \frac{x3}{1+x^8}\,dx$$

c) $$\int \ln\left[\left(1+x\right)^2\right] dx$$

d) $$\int \cos x\, e^{\sin x}\, dx$$

a) Appliquons l'Hospital :

$$\lim_{x\to 0} x\ln x = \lim_{x\to 0}\frac{\ln x}{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to 0}\left(-x\right) = 0$$

b) $$I = \int_0^1 \frac{x^3}{1+x^8}\,dx = \frac{1}{4}\int_0^1 \frac{dx^4}{1+x^8}$$

Soit $t = x^4 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \ \rightarrow t = 0 \\ x = 1 \ \rightarrow t = 1 \end{cases}$

$$\rightarrow I = \frac{1}{4}\int_0^1 \frac{dt}{1+t^2} = \frac{1}{4}\left[\arctan t\right]_0^1 \approx 0.196$$

c) $$I = \int \ln\left[\left(1+x\right)^2\right] dx = 2\int \ln\left(1+x\right) dx = 2\int \ln\left(1+x\right) d\left(1+x\right)$$

$$= 2\left[\left(1+x\right)\ln\left(1+x\right) - \left(1+x\right)\right] = 2\left(1+x\right)\left[\ln\left[1+x\right] - 1\right] + C$$

d) $$I = \int \cos x\, e^{\sin x}\, dx = \int e^{\sin x} d\left(\sin x\right) = e^{\sin x} + C$$

EXANA073 – EPL, UCL, LLN, juillet 2001, série1.

On considère la fonction définie par

$$f(x) = \frac{1+\sin x}{\sin x}$$

a) Donner le domaine et la période de f
b) Donner les asymptotes de f
c) Situez les extrema avec précision (abscisses et ordonnées)
d) Donnez le graphe de f sur l'intervalle $[\,0, 2\pi\,]$
e) Sans calculer des dérivées, donnez les graphes de

$$\left| \frac{1+\sin x}{\sin x} \right|$$

et de

$$\ln \left| \frac{1+\sin x}{\sin x} \right|$$

a) $\text{dom}_f = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$

Période : $p = 2\pi$

b) Asymptotes : $x = k\pi$

c) $f'(x) = \dfrac{\cos x \sin x - (1+\sin x)\cos x}{\sin^2 x} = -\dfrac{\cos x}{\sin^2 x}$

$f'(x) = 0$ si $\cos x = 0 \quad x = k\dfrac{\pi}{2}$

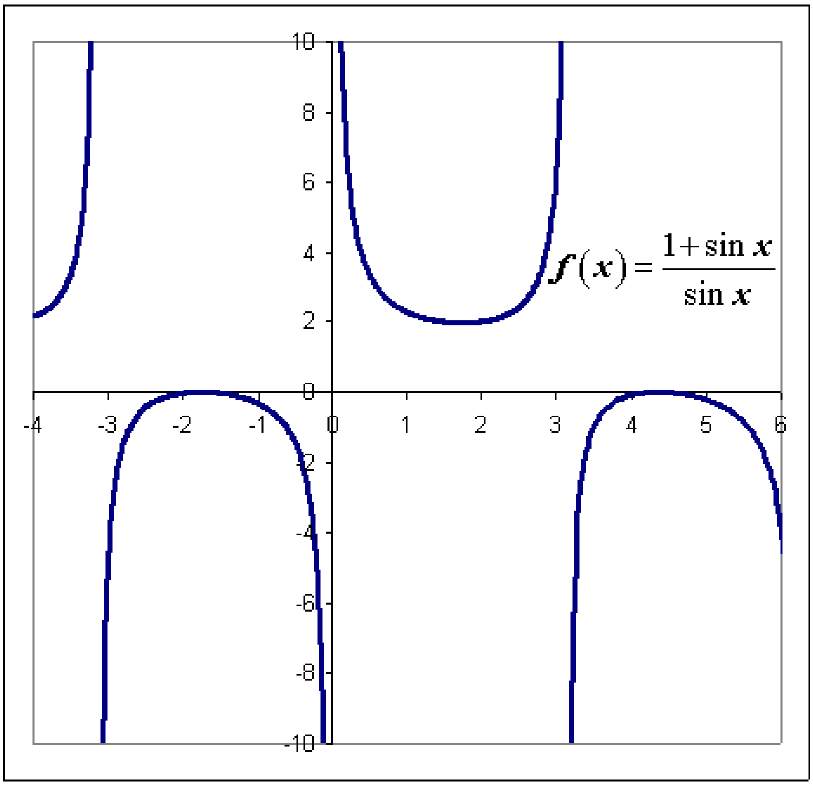
Si k est pair, on a un minimum, car $f'(x) < 0$ avant $k\dfrac{\pi}{2}$ et > 0 après

Dans ce cas, $f(x) = 2 \quad \rightarrow \quad$ Minimum $m : \left(k\dfrac{\pi}{2}, 2\right)$

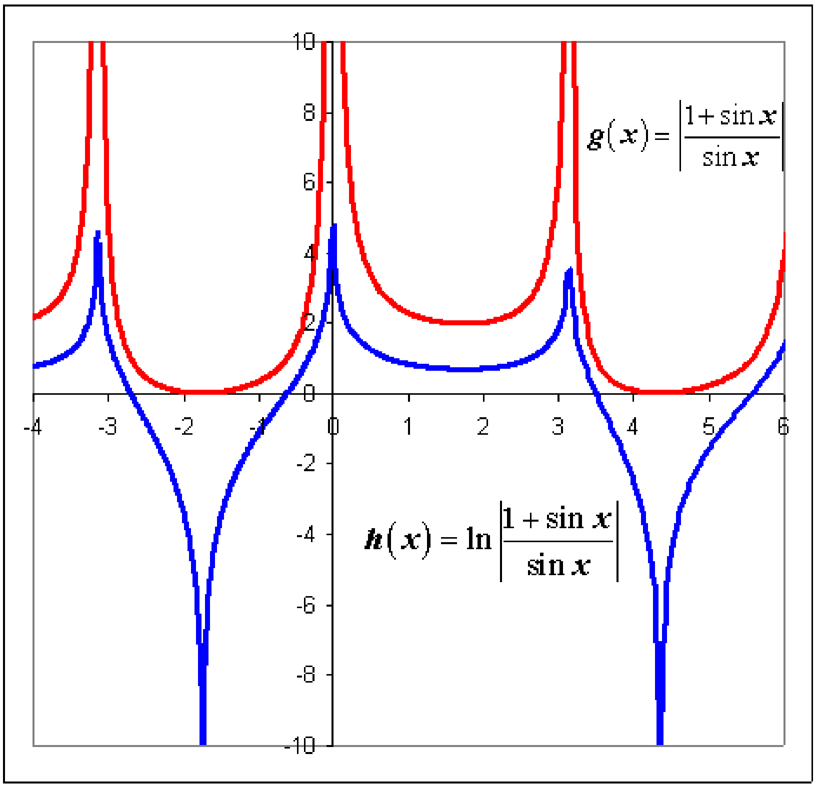
Si k est impair, on a un maximum, car $f'(x) > 0$ avant $k\dfrac{\pi}{2}$ et < 0 après

Dans ce cas, $f(x) = 0 \quad \rightarrow \quad$ Maximum $M : \left(k\dfrac{\pi}{2}, 0\right)$

d) et e) Les graphes sont donnés ci-dessous.



$f(x) = \frac{1+\sin x}{\sin x}$
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6



$g(x) = \left|\frac{1+\sin x}{\sin x}\right|$
$h(x) = \ln\left|\frac{1+\sin x}{\sin x}\right|$
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6

EXANA074 – EPL, UCL, LLN, juillet 2001, série 1.

Combien de mazout me reste-t-il ? C'est la question qu'une ménagère anxieuse pose à son chauffagiste. Celui-ci sait que la cuve est un cylindre de rayon R, de longueur L et de volume $1000\,\pi \cong 3142$ litres. Sa jauge indique h (mètres). Pour avoir un calcul simple, le chauffagiste, malin, a installé une cuve de rayon $R = ½$ (mètre) et de longueur $L = 4$ (mètres).

a) Donnez le volume V du mazout en fonction de α (cf. fig) :

$$V = f(\alpha)$$

b) En hiver, les quantités V, h et α diminuent malheureusement assez vite avec le temps et on a :

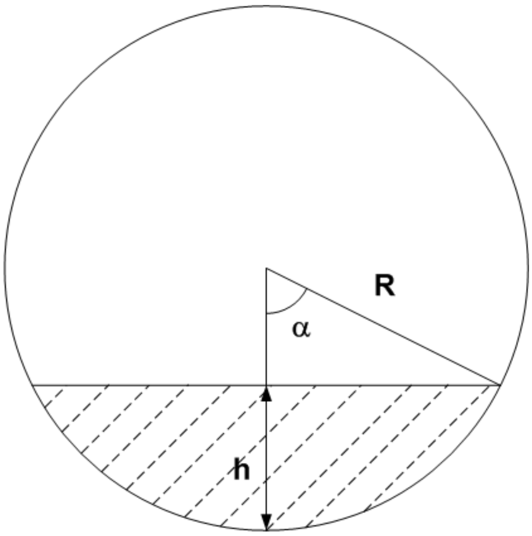
$$V(t) = f(\alpha(t))$$

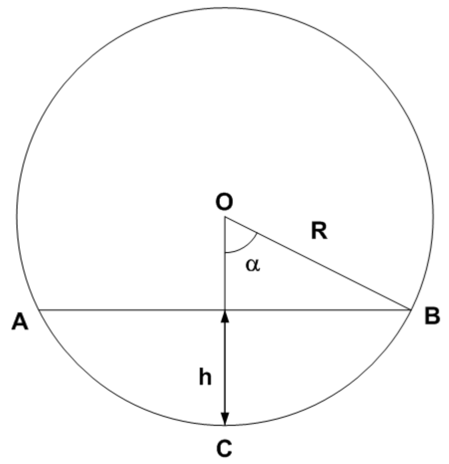
En supposant que la consommation correspond à un débit $V'(t) = -10^{-3}$ (mètres cube par heure), donnez la vitesse angulaire $\alpha'(t)$ en fonction de α

c) Exprimez ensuite la hauteur h en fonction de α et donnez la vitesse de descente $h'(t)$ du mazout en mètres par heure au moment où $\alpha = \pi/2$ (c.à.d $h = R$). Donnez ensuite cette valeur de $h'(t)$ en centimètres par jour.

d) Exprimez α en fonction de h et donner le volume V restant en fonction de h (pour une valeur quelconque de h) :

$$V = g(h)$$





a) Aire du secteur ACB : $A_S = \alpha\, R^2$

Aire du triangle AOB : $A_T = |AB|\,\dfrac{R-h}{2} = R^2\,\dfrac{\sin 2\alpha}{2}$

car : $|AB| = 2R\sin\alpha$ et $R-h = R\cos\alpha$

Volume de mazout : $V = f(\alpha) = (A_S - A_T)\,L$

$\rightarrow V = \left(\alpha - \dfrac{\sin 2\alpha}{2}\right) LR^2$

Dans le cas présent : $V = \alpha - \dfrac{\sin 2\alpha}{2}$

b) On a : $V'(t) = f'(\alpha(t)).\alpha'(t)$ (dérivée d'une composée de fonction)

Or $f'(\alpha) = (1-\cos 2\alpha)LR^2 \;\rightarrow\; \alpha'(t) = \dfrac{V'(t)}{(1-\cos 2\alpha)LR^2}$

Dans le cas présent : $\alpha'(t) = -\dfrac{10^{-3}}{1-\cos 2\alpha}$

c) $h = R(1-\cos\alpha) \;\rightarrow\; h'(t) = R\sin\alpha\,.\,\alpha'(t) = \dfrac{V'(t)\sin\alpha}{(1-\cos 2\alpha)LR}$

Dans le cas présent, avec $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$, $h'(t) = -\dfrac{1}{4}10^{-3}\ m^3/h$

$\rightarrow\; h'(t) = -0,6\ cm/\,jour$

Note : Si $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$, le niveau se trouve juste à mi-hauteur. La variation de volume étant petite (24 litres/jour), ces 24 l correspondent au volume d'un paralélipipéde rectangle dont la hauteur H vaut :

$0,024 = 2RLH \;\rightarrow\; 0,024 = 2.\dfrac{1}{2}.4.H \;\rightarrow\; H = 0,006\ m = 0,6\ cm$

d) $V = R^2 L\left(\alpha - \dfrac{\sin 2\alpha}{2}\right)$

Or $\cos\alpha = \dfrac{R-h}{R}$ $\quad \alpha = \arccos\dfrac{R-H}{R}$ $\quad \sin\alpha = \dfrac{1}{R}\sqrt{2Rh-h^2}$

$$V = R^2 L\left(\arccos\frac{R-H}{R} - \frac{R-h}{R}.\frac{1}{R}\sqrt{2Rh-h^2}\right)$$

$$= R^2 L \arccos\frac{R-H}{R} - (R-h)L\sqrt{h(2R-h)}$$

Dans le cas présent : $V = \arccos(1-2h) - 2(1-2h)\sqrt{h(1-h)}$

EXANA075 – EPL, UCL, LLN, juillet 2001, série2.

a) $$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-2x}{e^{2x^2}-4x}$$

b) $$\int \frac{1-x+x^2}{1+x}\,dx$$

c) $$\int x\ln\left(1+x^2\right)dx$$

d) $$\int \tan^2 x\,dx$$

a) $\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-2x}{e^{2x^2}-4x}=1$ C'est immédiat.

b) $$\int \frac{1-x+x^2}{1+x}\,dx=\int \frac{1+2x+x^2-3x}{1+x}\,dx=\int \frac{(1+x)^2}{1+x}\,dx-3\int \frac{x}{1+x}\,dx$$
$$=\int (1+x)\,dx-3\left[\int dx-\int \frac{dx}{1+x}\right]$$
$$=\frac{1}{2}(1+x)^2-3x+3\ln(x+1)$$
$$=3\ln(x+1)+\frac{x^2}{2}-2x+C$$

c) $$\int x\ln\left(1+x^2\right)dx=\frac{1}{2}\int \ln\left(1+x^2\right)d\left(1+x^2\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left[\left(1+x^2\right)\ln\left(1+x^2\right)-\left(1+x^2\right)\right]$$
$$=\frac{1}{2}\left[\left(1+x^2\right)\left(\ln\left(1+x^2\right)-1\right)\right]+C$$

d) $$\int \tan^2 x\,dx=\int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\,dx=\int \frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x}\,dx$$
$$=\int \frac{dx}{\cos^2 x}-\int dx=\tan x-x+C$$

EXANA076 – EPL, UCL, LLN, juillet 2001, série2.

On considère la fonction définie par

$$f(x)=\frac{1}{x(x+1)(x+2)}$$

a) Donner le domaine et la période de f
b) Donner les asymptotes.
c) Calculer la dérivée f' et analysez son signe.
d) Situez les extrema avec précision (abscisses et ordonnées)
e) Donnez le graphe de f.

a) $\text{dom}_f=\mathbb{R}\setminus\{0;-1;-2\}$

b) <u>Asymptotes</u>

b.1) Asymptotes horizontales :

$$x=0\quad\text{avec}\quad\begin{cases}\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=+\infty\\ \lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)=-\infty\end{cases}$$

$$x=-1\quad\text{avec}\quad\begin{cases}\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)=-\infty\\ \lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1} f(x)=+\infty\end{cases}$$

$$x=-2\quad\text{avec}\quad\begin{cases}\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-2} f(x)=+\infty\\ \lim\limits_{x\xrightarrow{<}-2} f(x)=-\infty\end{cases}$$

b.2) Asymptote verticale

$$y=0\quad\text{car}\quad\lim_{x\to+\infty} f(x)=0\quad\text{et}\quad\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$$

c) $f'(x) = -\dfrac{3x^2+6x+2}{x^2(x+1)^2(x+2)^2} = -\dfrac{\left(x+1+\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)\left(x+1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)}{x^2(x+1)^2(x+2)^2}$

Le signe de $f'(x)=0$ est le signe du numérateur car le dénominateur est toujours positif

x	$-\infty$		-2		$-1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		-1		$-1+\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		0		$+\infty$
$f'(x)$	0	$-$	/	$-$	0	$+$	/	$+$	0	$-$	/	$-$	0

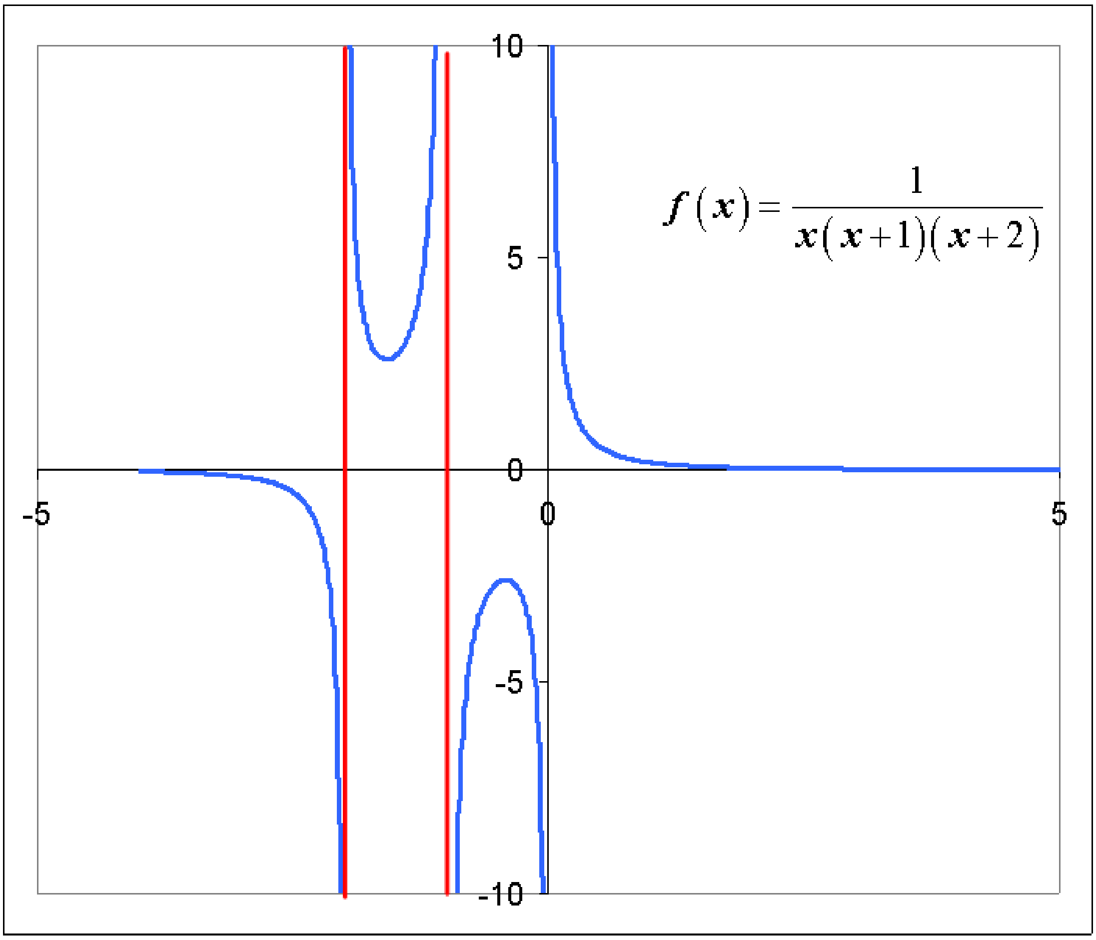
d) <u>Extrema</u>

d.1 Minimum : $m\left(-1-\dfrac{\sqrt{3}}{3};\quad 2.598\right)$

d.2 Maximum: $M\left(-1+\dfrac{\sqrt{3}}{3};-2.598\right)$

e) Le graphe est donné ci-dessous. Pour aider à le tracer, voici le tableau signe de $f(x)$

		-2		-1		0	
x	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	/	$+$	/	$-$	/	$+$



10
5
0
-5
-10
-5
0
5
$f(x)=\dfrac{1}{x(x+1)(x+2)}$

EXANA077 – EPL, UCL , LLN, juillet 2001, série 2.

On considère un disque de centre O et de rayon R. On considère ensuite le secteur circulaire hachuré de centre P et de rayon L ($0 \leq L \leq 2R$) où P est un point du cercle $\left(\text{circonférence}\right)$ de centre O(cf.fig.)

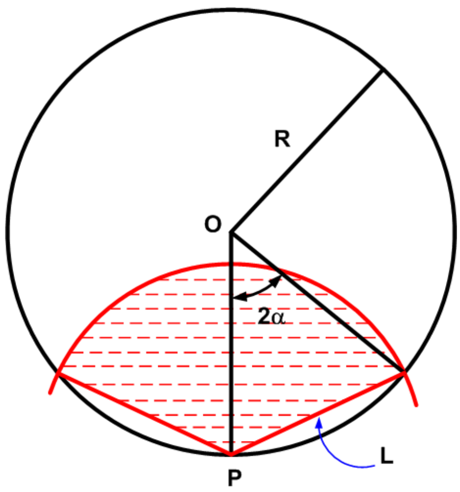
a) Donnez l'aire S du secteur hachuré en fonction de $L\left(S = g(L)\right)$ et en fonction de α $(S = f\ (\alpha))$.

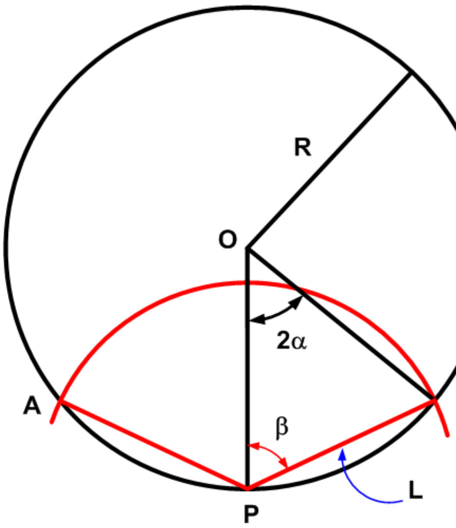
b) Donnez la fonction $\varphi(\alpha)$ telle que

$$f\,'(\alpha) = 2\sin\alpha\ \varphi(\alpha)$$

c) Sachant que $\varphi(\alpha)$ est une fonction décroissante α dans $[\ 0, \pi/2\ ]$, déterminer si le maximum de S est obtenu pour une valeur L_0 de L telle que $L_0 < R\sqrt{2}$, $L_0 = R\sqrt{2}$ ou $R\sqrt{2} < L_0$

d) Montrez que $\varphi(\alpha)$ est une fonction décroissante dans $[\ 0, \pi/2\ ]$.





a) Le triangle OPB est isocèle, et soit β l'angle OPB. On a :

$$\sin\alpha = \frac{L}{2R} \quad (1) \qquad \text{et} \qquad \beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

Aire du secteur circulaire est :

$$S = \frac{2\beta}{2\pi}.\pi L^2 = \beta L^2 = \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)L^2 = \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{L}{2R}\right)L^2 = g(L)$$

Pour obtenir $S = f(\alpha)$, on utilise (1)

$$\rightarrow S = f(\alpha) = 4R^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\sin^2\alpha \qquad (2)$$

b) Dérivons (2) $\rightarrow$ $S' = 2\sin\alpha.2R^2\left[(\pi - 2\alpha)\cos\alpha - \sin\alpha\right]$

Par identification avec : $f'(\alpha) = 2\sin\alpha \,.\, \varphi(\alpha)$

On déduit que : $\varphi(\alpha) = 2R^2\left[(\pi - 2\alpha)\cos\alpha - \sin\alpha\right]$

c) Si $S = f(\alpha)$ passe par un maximum, c'est que sa dérivée s'annule.

Or dans $\left[\ 0, \dfrac{\pi}{2}\right]$, $\sin\alpha$ est toujours positif (sauf en 0 qui est une valeur triviale, car alors $L = 0$), donc $\varphi(\alpha)$ doit s'annuler entre $\left[\ 0, \dfrac{\pi}{2}\right]$

En effet :

Si $\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi(\alpha) = 2\pi R^2 > 0$

Si $\alpha = \dfrac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \varphi(\alpha) = -2R^2 < 0$

Et puisque par hypothèse $\varphi(\alpha)$ est décroissante, il n'y a qu'une seule racine.

D'autre part, si $L_0 = R\sqrt{2} \Rightarrow \alpha = \dfrac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \varphi(\alpha) = \sqrt{2}R^2(\pi - 1) > 0$

Donc, il faut : $\alpha > \dfrac{\pi}{4} \Rightarrow \sin\alpha > \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \dfrac{L_0}{2R} > \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \quad L_0 > \sqrt{2}R$

d) Montrons que $\varphi(\alpha)$ est bien une fonction décroissante. Pour cela, il suffit de montrer que sa dérivée est toujours négative.

$\varphi'(\alpha) = -2R^2\left[3\cos\alpha + (\pi - 2\alpha)\sin\alpha\right]$

Dans l'interval considéré, étudions le signe des termes du deuxième facteur :

$$\begin{cases} 3\cos\alpha > 0 \\ \pi - 2\alpha > 0 \\ \sin\alpha > 0 \end{cases} \Rightarrow \quad \varphi'(\alpha) < 0 \quad \Rightarrow \varphi(\alpha) \text{ est une fonction décroissante.}$$

EXANA078 – EPL, UCL, LLN, septembre 2001.

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{x}\right)$

b) $\int \frac{\tan x}{\cos^2 x}\,dx$

c) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$

d) $\int \frac{1}{x^2+2x+3}\,dx$

---

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+x-x}{\sqrt[3]{(1+x)^2}+\sqrt[3]{x(1+x)}+\sqrt[3]{x^2}}=\frac{1}{\infty}=0$

b) $\int \frac{\tan x}{\cos^2 x}\,dx=\int \tan x\, d\left(\tan x\right)=\frac{1}{2}\tan^2 x+C$

c) $I = \int \sqrt{1-x^2}\,dx$

Soit $\quad x = \sin y \ \rightarrow \begin{cases} dx = \cos y \; dy \\ \sqrt{1-x^2} = \cos y \end{cases}$

$\rightarrow \ I = \int \cos^2 y \; dy$

$u = \cos y \quad \rightarrow \quad u' = -\sin y$

$v' = \cos y \quad \rightarrow \quad v = \sin y$

$\rightarrow \ I = \cos y \sin y + \int \sin^2 y \; dy = \cos y \sin y + \int dy - \int \cos^2 y \; dy$

$\rightarrow \ I = \frac{1}{2}(\cos y \sin y + y) = \frac{1}{2}\left(x\sqrt{1-x^2} + \operatorname{arc\,sin} x\right) + C$

d) $I = \int \frac{1}{x^2+2x+3}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{\left(\frac{x+1}{\sqrt{2}}\right)^2+1}\,dx$

Soit $\ t = \frac{x+1}{\sqrt{2}} \ \rightarrow \ dx = \sqrt{2}\; dt$

$\rightarrow \ I = \frac{\sqrt{2}}{2}\int \frac{dt}{t^2+1} = \frac{\sqrt{2}}{2}\operatorname{arc\,tan} t = \frac{\sqrt{2}}{2}\operatorname{arc\,tan} \frac{\sqrt{2}}{2}(x+1) + C$

Modifié le 25 avril 2014 (Jean Perbal)

EXANA079 – EPL, UCL, LLN, septembre 2001.

On considère la fonction définie par

$$f(x) = \frac{x \ln x}{x-3}$$

a) Donner le domaine f
b) Calculer les limites de f quand $x \to 0$ et quand $x \to \infty$
c) Donnez les asymptotes s'il y en a
d) Calculez la dérivée f''. Donnez les zéros de f''. Spécifiez dans lequel (lesquels) des intervalles suivants la dérivée f'' s'annule :

] 0, 1] , [1, e] , [e, 3] , [3, 9] , [9, 16] , [16, ∞ [

e) Donnez le graphe de f en situant fort approximativement les extrema (spécifier le signe de leurs ordonnées) éventuels

a) $\text{dom}_f = \left]0,3\right[\cup \left]3,\infty\right[$

b) Limites

b.1) x tend vers 0 par valeurs positives. Appliquons l'Hospital :

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\ln x}{x-3} = \lim_{x\to 0}\frac{\ln x}{1-\frac{3}{x}} = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{x}}{\frac{3}{x^2}} = \lim_{x\to 0}\frac{x}{3} = 0$$

b.2) x ne peut tendre que vers $+\infty$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x\ln x}{x-3} = \lim_{x\to\infty}\frac{\ln x}{1-\frac{3}{x}} = \frac{\infty}{1} = \infty$$

c) Asymptote verticale : $x = 3$

d) $f'(x)=\dfrac{\left(\ln x+x.\dfrac{1}{x}\right)(x-3)-x\ln x}{(x-3)^2}=\dfrac{-3\ln x+x-3}{(x-3)^2}$

Les zéros de la dérivée sont donnés par : $-3\ln x+x-3=0$

Avec une machine à calculer suffisamment puissante, on peut calculer le(s) point(s) d'intersection des courbes : $y=3\ln x$ et $y=x-3$

$\rightarrow$ On trouve deux zéros $x\approx 0.42368$ et $x\approx 9.86784$.

Cependant, comme vous n'êtes pas sensé avoir ce genre de machine, il nous faut procéder autrement.

Compte tenu des intervales proposés, calculons le signe de f' pour les points suivants :

x	0.1	1	e	2.9	3.1	9	16	100
$f'(x)$	+	–	–	–	–	–	+	+

$\rightarrow$ La dérivée s'annules dans les intervales : $]\,0,1\,]$ et $[\,9,16\,]$

e) Le graphique est donné ci-dessous.

Les coordonnées des extrema sont :

$M:(0.424, 0.1412)$ $\quad$ $m:(9.868, 3.289)$