

Exercices résolus de mathématiques.

Analyse

ANA 6

EXANA060 – EXANA069

<http://www.matheux.be.tf>

Jacques Collot

Octobre 03

EXANA060 – Bruxelles, septembre 2002.

Dans l'espace euclidien \mathbb{R}^3 muni du repère orthonormé $Oxyz$ soient .

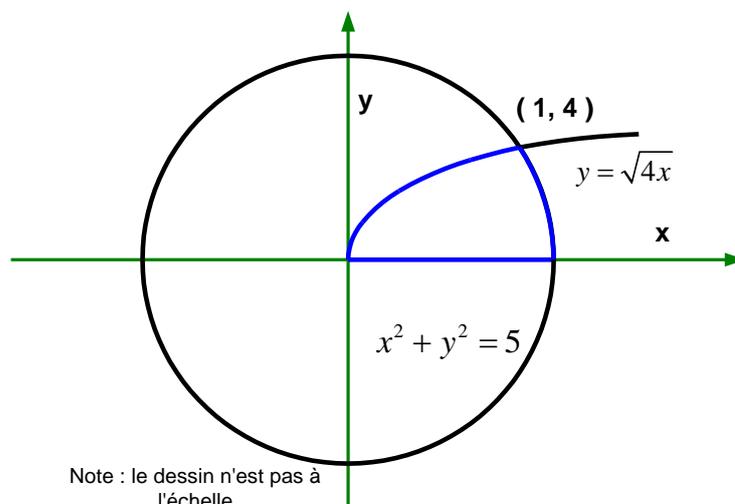
- S la surface plane située dans le plan $z = 0$ et délimitée par les 2 courbes d'équations respectives.

$$x^2 + y^2 = 5 \quad , \quad y = \sqrt{4x}$$

et l'axe des x.

- D le solide engendré par la rotation de S (d'un tour complet) autour de l'axe Ox .

- Faire un croquis de S
- Calculer le volume de D.



b) Points d'intersection des deux courbes.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ y = \sqrt{4x} \end{cases} \rightarrow .4x = 5 - x^2 \rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \rightarrow (x+5)(x-1) = 0$$

$$\rightarrow x = 1 \text{ car } x > 0.$$

$$D = 2\pi \left[\int_0^1 4x \, dx + \int_1^{\sqrt{5}} (5 - x^2) \, dx \right] = 2\pi \left[\left[\frac{4x^2}{2} \right]_0^1 + \left[5x - \frac{x^3}{3} \right]_1^{\sqrt{5}} \right]$$

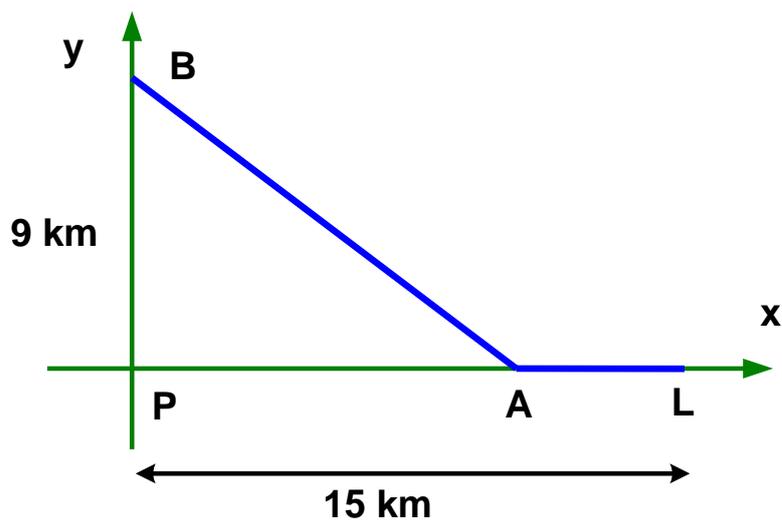
$$= 2\pi \left[2 + 5\sqrt{5} - \frac{5^{\frac{3}{2}}}{3} - 5 + \frac{1}{3} \right] = \frac{4\pi}{3} \left[5^{\frac{3}{2}} - 4 \right] = 30,0769$$

EXANA061 – Bruxelles, septembre 2002.

Un bateau est au mouillage à 9 km du point P le plus proche de la côte supposée rectiligne.

Un messager doit parvenir au plus vite à une localité située sur celle-ci à 15 km du point P.

Etant donné qu'un messager parcourt 5 km à l'heure à pied et 4 km à l'heure en canot, en quel point de la berge doit-il accoster pour arriver au plus vite à cette localité ?



Dans un repère Oxy, soient B le point où se trouve le bateau, P le point de la côte le plus proche du bateau, A le point d'accostage, L le point de la localité.

$$\begin{array}{l} \text{Distance} \qquad \qquad \text{Temps} \\ \text{En canot} \quad BX = \sqrt{x^2 + 9^2} \quad t_{BX} = \frac{\sqrt{x^2 + 9^2}}{4} \end{array}$$

$$\text{A pied} \quad AL = 15 - x \quad t_{AL} = \frac{15 - x}{5}$$

$$\rightarrow \text{Temps total : } t = \frac{\sqrt{x^2 + 9^2}}{4} + \frac{15 - x}{5}$$

Le temps sera minimal si sa dérivée est nulle.

$$t' = \frac{1}{4} \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 9^2}} - \frac{1}{5} = \frac{5x - 4\sqrt{x^2 + 9^2}}{20\sqrt{x^2 + 9^2}}$$

$$\rightarrow 5x - 4\sqrt{x^2 + 9^2} = 0 \rightarrow 25x^2 = 16x^2 + 16 \cdot 9^2 \rightarrow x = 12$$

C'est bien un minimum car si $x < 12$, $t' > 0$ et $x > 12$, $t' > 0$

EXANA062 – Bruxelles, septembre 2002.

Soit la fonction f de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$f(x) = \sqrt[3]{(x+2)(x-1)^2}$$

et C la courbe d'équation $y = f(x)$ (C est le graphe de f)

- c) Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$ et préciser les domaines de définition de $f'(x)$ et $f''(x)$
- d) Déterminer une équation cartésienne
 - a. de la tangente à C au point d'abscisse 2
 - b. des asymptotes (éventuelles) de C
- e) Établir le tableau des variations de f , f' et f'' contenant
 - a. les racines de f , f' et f'' (pour les valeurs approchées des racines non entières utiliser une décimale).
 - b. les signes de $f'(x)$ et de $f''(x)$.
 - c. les extrema de f , les domaines de croissance et de décroissance de f .
 - d. les points d'inflexion de C , les domaines de concavité vers le haut et vers le bas de C .
- f) Tracer soigneusement la courbe C d'après les résultats du c).

$$\begin{aligned}
 a) f'(x) &= \left(\sqrt[3]{(x+2)(x-1)^2} \right)' \\
 &= \frac{1}{3} \left((x+2)(x-1)^2 \right)^{-\frac{2}{3}} \left[(x-1)^2 + 2(x+2)(x-1) \right] \\
 &= (x+1)(x+2)^{-\frac{2}{3}}(x-1)^{-\frac{1}{3}} = \frac{x+1}{\sqrt[3]{(x+2)^2(x-1)}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f''(x) &= \left(\frac{x+1}{\sqrt[3]{(x+2)^2(x-1)}} \right)' \\
 &= (x+2)^{-\frac{2}{3}}(x-1)^{-\frac{1}{3}} + (x+1) \left(-\frac{2}{3} \right) (x+2)^{-\frac{2}{3}-1} (x-1)^{-\frac{1}{3}} + (x+1)(x+2)^{-\frac{2}{3}} \left(-\frac{1}{3} \right) (x-1)^{-\frac{4}{3}} \\
 &= \frac{1}{3} (x+2)^{-\frac{5}{3}} (x-1)^{-\frac{4}{3}} \left[3(x+2)(x-1) - 2(x+1)(x-1) - (x+1)(x+2) \right] \\
 &= -2(x+2)^{-\frac{5}{3}} (x-1)^{-\frac{4}{3}} = -\frac{2}{(x+2)(x-1)\sqrt[3]{(x+2)^2(x-1)}}
 \end{aligned}$$

Domaines :

$$f'(x) \quad \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\} \qquad f''(x) \quad \mathbb{R} \setminus \{-2; -1\}$$

b.1) Tangente en $x = 2$

$$x = 2 \rightarrow y = \sqrt[3]{(2+2)(2-1)^2} = \sqrt[3]{4} = 1.59$$

$$\text{Pente : } f'(2) = \frac{2+1}{\sqrt[3]{(2+2)^2(2-1)}} = 1.19$$

$$\rightarrow y - 1.59 = 1.19(x - 2) \rightarrow y = 1.19x - 0.79$$

b.1) Asymptotes

Pas d'asymptotes horizontale ou verticale

$$\text{Asymptote oblique : } m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2)^{\frac{1}{3}}(x-1)^{\frac{2}{3}}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{\frac{1}{3}}x^{\frac{2}{3}}}{x} = 1$$

$$p = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(x+2)^{\frac{1}{3}}(x-1)^{\frac{2}{3}} - x \right] = 0$$

\rightarrow L'asymptote : $y = x$

c.1) Racines

$$f(x) \quad x = -2 \quad x = 1$$

$$f'(x) \quad x = -1$$

$$f''(x) \quad \text{Pas de racine}$$

Signes de $f'(x)$

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$
$x+1$	-	-	-	0	+ + + +
$(x+2)^{-\frac{2}{3}}$	+	+	0	+	+ + + +
$(x-1)^{-\frac{1}{3}}$	-	-	-	-	0 + +
$f'(x)$	+	+	/	+ 0	- / + +

→ Maximum en : $(-1; \sqrt[3]{4})$

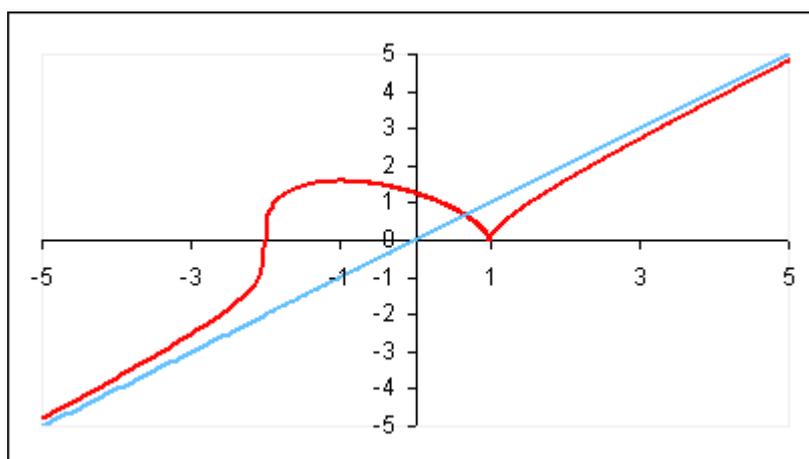
Signes de $f''(x)$

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$(x+2)^{-\frac{5}{3}}$	-	-	0	+ +
$(x-1)^{-\frac{4}{3}}$	+	+	+	0 + +
$f''(x)$	+	+	/	- / - -

→ Point d'inflexion en : $(-2; 0)$

Tableau des variations

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	/	+ 0	- / + +
$f''(x)$	+	+	/	-	- - - -
$f(x)$	↗	↗ 0	↗ M	↘ 0	↗ ↗
Conca		∩	I	∩	∩



EXANA063 – Louvain, juillet 2000, série 1.

a) Calculez la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - x - \sqrt[3]{1 - x} \right)$$

b) Calculer :

$$\int_1^e \frac{\sin^2(\ln x)}{x} dx$$

c) Donner une formule de récurrence pour :

$$\int x^p e^x dx \quad p \text{ entier positif}$$

Appliquer la formule trouvée à $p = 1, 2, 3$ et éventuellement à un entier quelconque

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - x - \sqrt[3]{1 - x} \right)$

Sans faire de calcul, on peut directement dire que la limite est $-\infty$.

$$\text{car : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - x - \sqrt[3]{1 - x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x \left(\frac{1 - x}{-x} - \sqrt[3]{\frac{1 - x}{-x^3}} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x(1 - 0) = -\infty$$

$$\text{b) } I = \int_1^e \frac{\sin^2(\ln x)}{x} dx$$

$$\text{Soit } t = \ln x \rightarrow x = e^t \rightarrow dx = e^t dt \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = e \rightarrow t = 1 \\ x = 1 \rightarrow t = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow I = \int_0^1 \sin^2 t dt$$

$$u = \sin t \rightarrow u' = \cos t$$

$$v' = \sin t \rightarrow v = -\cos t$$

$$\rightarrow I = [-\sin t \cos t]_0^1 + \int_0^1 \cos^2 t dt = [-\sin t \cos t]_0^1 + \int_0^1 dt - \int_0^1 \sin^2 t dt$$

$$\rightarrow 2I = \left[-\frac{\sin 2t}{2} \right]_0^1 + [t]_0^1 \rightarrow I = \frac{1}{2} \left(\left[-\frac{\sin 2t}{2} \right]_0^1 + [t]_0^1 \right) = -\frac{\sin 2}{4} + \frac{1}{2} = 0.2727$$

$$c) I = \int x^p e^x dx$$

$$u = x^p \rightarrow u' = px^{p-1}$$

$$v' = e^x \rightarrow v = e^x$$

$$\rightarrow I = e^x x^p - p \int x^{p-1} e^x dx$$

$$u = x^{p-1} \rightarrow u' = (p-1)x^{p-2}$$

$$v' = e^x \rightarrow v = e^x$$

$$\rightarrow I = e^x x^p - p e^x x^{p-1} + p(p-1) \int x^{p-2} e^x dx$$

Et ainsi de suite.

$$I = e^x x^p - p e^x x^{p-1} + p(p-1) e^x x^{p-2} - \dots + (-1)^{n+1} \cdot p(p-1)(p-2) \dots (p-n) \int x^{p-n-1} e^x dx$$

Que l'on peut réécrire comme suit :

$$I = e^x \left[x^p + p! \left(-\frac{x^{p-1}}{(p-1)!} + \frac{x^{p-2}}{(p-2)!} - \frac{x^{p-3}}{(p-3)!} + \dots \right) \right]$$

$$= e^x \left[x^p + p! \sum_{i=1}^{i=p} (-1)^i \frac{x^{p-i}}{(p-i)!} \right] + C$$

Ou encore, plus simplement : $I = e^x \sum_{i=0}^{i=p} (-1)^i \frac{p! x^{p-i}}{(p-i)!}$

Exemples

$$\underline{\underline{p=1}} \quad I = e^x \left[x^1 + 1! (-1)^1 \frac{x^0}{0!} \right] = e^x (x-1) + C$$

$$\underline{\underline{p=2}} \quad I = e^x \left[x^2 + 2! \left((-1)^1 \frac{x^1}{1!} + (-1)^2 \frac{x^0}{0!} \right) \right] = e^x (x^2 - 2x + 2) + C$$

$$\underline{\underline{p=3}} \quad I = e^x \left[x^3 + 3! \left((-1)^1 \frac{x^2}{2!} + (-1)^2 \frac{x^1}{1!} + (-1)^3 \frac{x^0}{0!} \right) \right]$$

$$= e^x (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + C$$

$$\underline{\underline{p=5}} \quad I = e^x \left[x^5 + 5! \left((-1)^1 \frac{x^4}{4!} + (-1)^2 \frac{x^3}{3!} + (-1)^3 \frac{x^2}{2!} + (-1)^4 \frac{x^1}{1!} + (-1)^5 \frac{x^0}{0!} \right) \right]$$

$$= e^x (x^5 - 5x^4 + 20x^3 - 60x^2 + 120x - 120) + C$$

Voir aussi : EXANA017

EXANA064 – Louvain, juillet 2000, série 1.

On considère la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x^3 - x + 1}{x^3 - 3x^2}$$

- Donnez le domaine de f
- Donnez les équations des asymptotes de f
- Esquissez le graphe de f sans calculer de dérivée, mais en sachant que la dérivée de f s'annule une seule fois en $x \approx 0.9$
- Calculez la dérivée de f et montrer qu'elle n'a qu'une seule racine dans son domaine de définition.

a) $\text{dom } f = -\infty, 0[\cup] 0, 3[\cup] 3, +\infty$

ou bien : $\text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \{0, 3\}$

b) AV : $x = 0$ et $x = 3$

AH : $y = 1$

c) Pour aider, on remarquera aussi que :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} f = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f = -\infty,$$

Le graphique est donné plus bas.

d) $f'(x) = \left(\frac{x^3 - x + 1}{x^2(x-3)} \right)' = \frac{-3x^3 + 2x^2 - 6x + 6}{x^3(x-3)^2}$

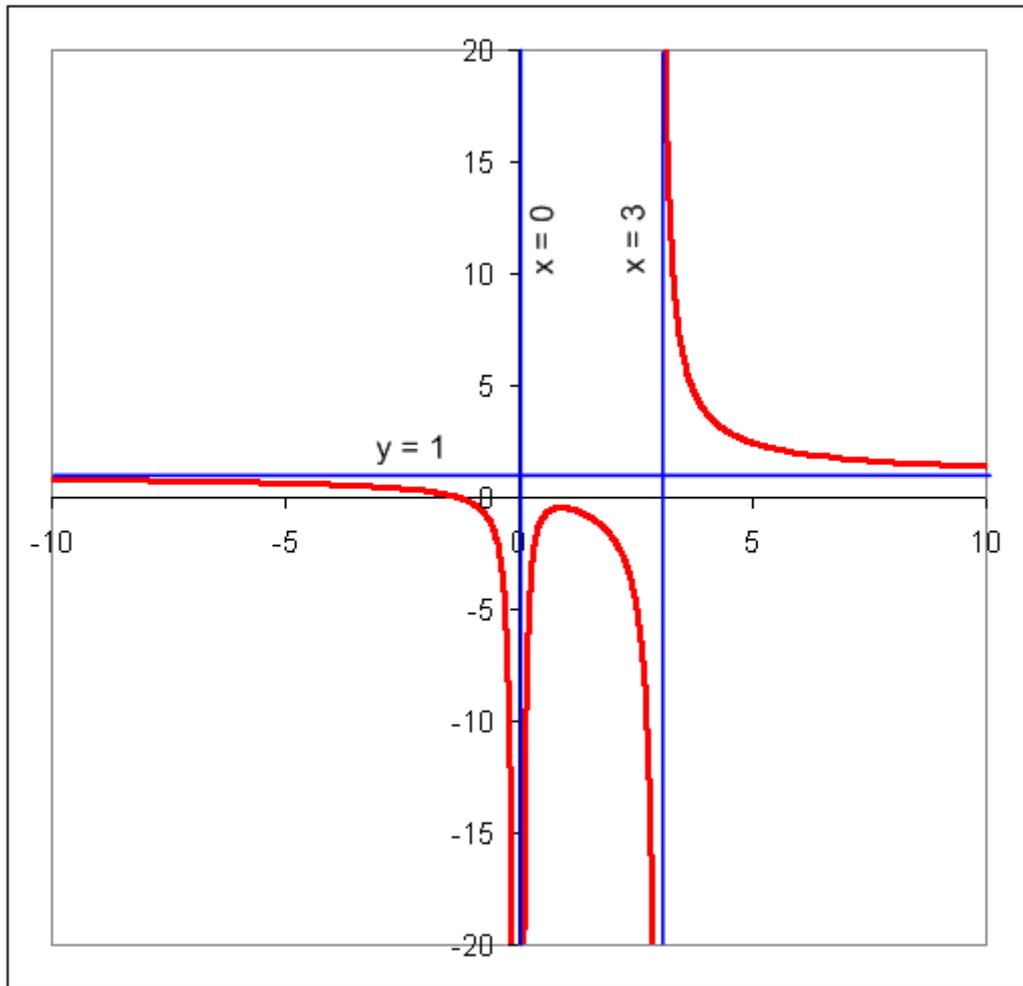
On sait que cette dérivée est nulle pour $x \approx 0.9$

Factorisons le numérateur N

		3	2	1	0
Horner :		-3	2	-6	6
	0.9		-2.7	-0.63	5.967
		-3	-0.7	-6.63	≈ 0

$$\rightarrow N \approx -(x - 0.9)(3x^2 + 0.7x + 6.63)$$

Le second facteur à un Δ négatif, donc 0.9 est la seule racine réelle.



Corrigé le 3 avril 2006 (Sabine Bouzette)

EXANA065 – Louvain, juillet 2000, série 1.

Déterminer a pour que les courbes :

$$y = \ln x$$

et

$$y = a\sqrt{x}$$

soient tangentes.

Calculer ensuite l'aire du pseudo-triangle formé par ces deux courbes et l'axe des x .

a) Soit (x_1, y_1) les coordonnées du point de tangence.

Les deux courbes sont tangentes si en ce point les coefficients angulaires de leur tangente respective sont égaux; donc si les dérivées sont égales :

$$\rightarrow \frac{1}{x_1} = \frac{a}{2\sqrt{x_1}} \rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{x_1}}$$

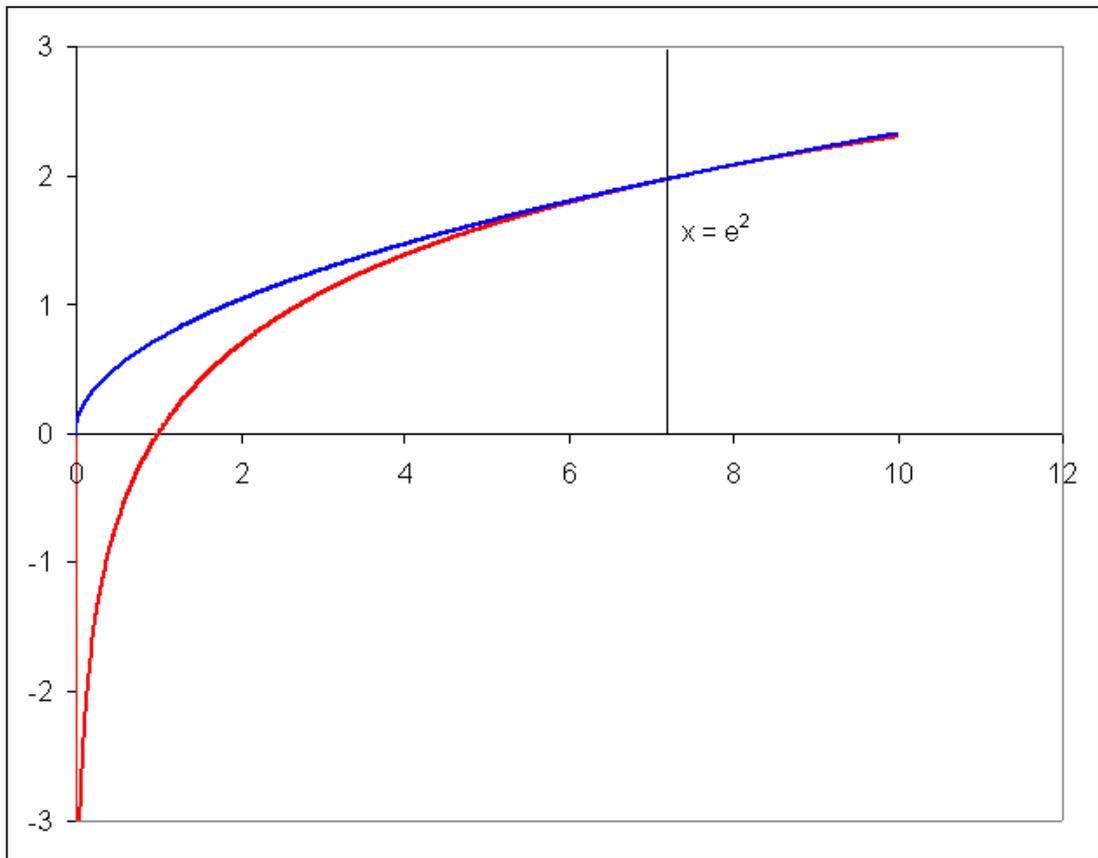
Mais le point appartient aux deux courbes : $\rightarrow \ln x_1 = \frac{2}{\sqrt{x_1}} \sqrt{x_1}$

$$\rightarrow x_1 = e^2 \quad \text{et} \quad \boxed{a = \frac{2}{e}}$$

Le graphique représente les deux courbes.

b) L'aire du pseudo-triangle est donné par :

$$\int_0^{e^2} \sqrt{x} \, dx - \int_1^{e^2} \ln x \, dx = \left[\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_0^{e^2} - [x \ln x - x]_1^{e^2} \approx 5$$



EXANA066 – Louvain, juillet 2000, série 2.

a) Calculez les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - 1} \right)$$

b) Calculez :

$$\int_0^1 \frac{x}{(1+x)^3} dx$$

c) Calculez :

$$\int x^3 \sin(x^2) dx$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - 1} \right) &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + x - (x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{x^2 - 1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x}} + |x| \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{2|x|} \end{aligned}$$

$$\text{Donc : } \begin{cases} \text{si } x \rightarrow +\infty & \lim \rightarrow +\frac{1}{2} \\ \text{si } x \rightarrow -\infty & \lim \rightarrow -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \int_0^1 \frac{x}{(1+x)^3} dx &= \int_0^1 \frac{x+1}{(1+x)^3} dx - \int_0^1 \frac{1}{(1+x)^3} dx = \int_0^1 \frac{d(x+1)}{(1+x)^2} - \int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^3} \\ &= \left[-\frac{1}{x+1} + \frac{1}{2(x+1)^2} \right]_0^1 = \left[-\frac{2x+1}{2(x+1)^2} \right]_0^1 = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$c) I = \int x^3 \sin x^2 dx = \frac{1}{2} \int x^2 \sin x^2 dx^2$$

$$\text{Soit } t = x^2 \rightarrow I = \frac{1}{2} \int t \sin t dt$$

$$u = t \quad u' = 1$$

$$v' = \sin t \quad v = -\cos t$$

$$\rightarrow I = \frac{1}{2} \left(-t \cos t + \int \cos t dt \right) = \frac{1}{2} \left(-t \cos t + \sin t \right)$$

$$\rightarrow I = \frac{1}{2} \left(-x^2 \cos x^2 + \sin x^2 \right) + C$$

EXANA067 – EPL, UCL, Louvain, juillet 2000, série 2.

On considère la fonction définie par

$$f(x) = x \sqrt{\frac{x-1}{x-2}}$$

- Donnez le domaine de f .
- Donner les équations des asymptotes de f .
- Esquissez le graphe de f sans calculer de dérivée, mais en sachant que la dérivée de f s'annule en $x = 0.7$ et en $x = 2.8$.
- Sans calcul supplémentaire, esquissez le graphe de

$$g(x) = \frac{x^2(x-1)}{x-2}$$

sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. (Utiliser le fait que $g(x) = f(x)^2$ sur le domaine de f)

a) Domaine : $\text{Dom}_f =]-\infty, 1] \cup]2, +\infty$

b) Asymptotes : $AV \equiv x = 2$
 $AO \equiv y = x$

- c) La dérivée de f s'annule en $x \approx 0.7$. Or $f = 0$ pour $x = 0$ et $x = 1$.
De plus, entre 0 et 1, f est positive \rightarrow Un maximum en $x \approx 0.7$
Coordonnées du maximum = $(0.7; 0.336)$

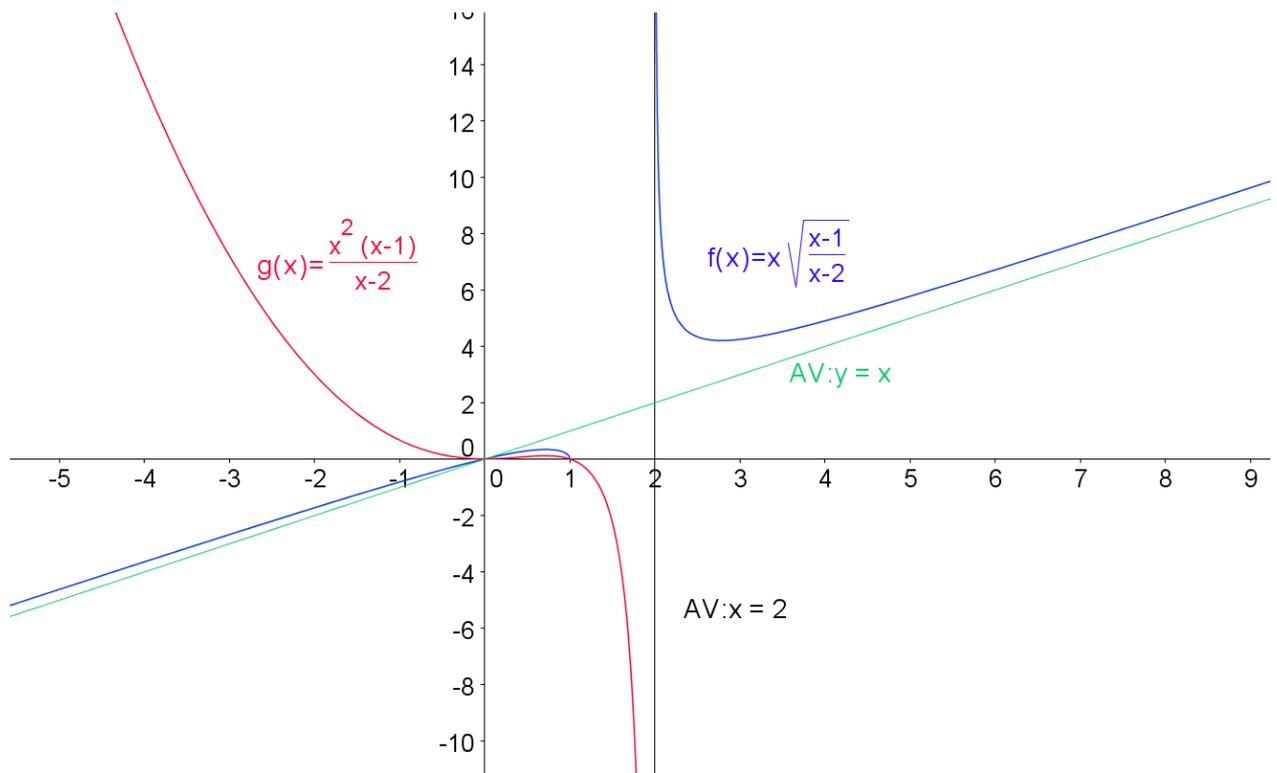
La dérivée de f s'annule en $x \approx 2.8$

On a $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \rightarrow$ Un minimum en $x \approx 2.8$

Coordonnées du minimum = $(2.8; 4.2)$

Le graphique est donné plus bas.

- d) $g(x)$ a un maximum en $x \approx 0.7 \rightarrow M : (0.7; 0.113)$
 $g(x)$ a un minimum en $x \approx 2.8 \rightarrow m : (2.8; 17.64)$
De plus, $f(x)$ et $g(x)$ ont la même asymptote : $x = 2$
avec $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = -\infty$
Il est dès lors facile de tracer $g(x)$.



Modifié le 31 juillet 2011 (Olivier Tohane)

EXANA068 – EPL, UCL, Louvain, juillet 2000, série 2.

a) Calculer le volume obtenu en faisant tourner autour de l'axe des x la surface déterminée par

$$y^2 \leq x \exp(-x^2) \quad \text{et} \quad 0 \leq x \leq a$$

b) Déterminer a pour que ce volume soit égal à $\frac{\pi}{4}$

$$\text{a) } V = \pi \int_0^a x e^{-x^2} dx = -\frac{\pi}{2} \int_0^a e^{-x^2} d(-x^2) = -\frac{\pi}{2} \left[e^{-x^2} \right]_0^a = -\frac{\pi}{2} (e^{-a^2} - 1)$$

$$\begin{aligned} \text{b) } V = \frac{\pi}{4} &= -\frac{\pi}{2} (e^{-a^2} - 1) \rightarrow e^{-a^2} - 1 = -\frac{1}{2} \rightarrow e^{-a^2} = \frac{1}{2} \rightarrow -a^2 = -\ln 2 \\ &\rightarrow a = \sqrt{\ln 2} \approx 0.83255 \end{aligned}$$

Modifié le 26 juin 2012

EXANA069 – EPL, UCL, Louvain, septembre 2000.

a) Calculer la limite :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1}$$

b) Calculer :

$$\int \cos 3x \sin x \, dx$$

c) Calculer :

$$\int \sin(5x) e^{kx} \, dx, \quad k \text{ entier positif}$$

$$\begin{aligned} a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1+x} + 1) \left(\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1 \right)}{(\sqrt[3]{1+x} - 1)(\sqrt{1+x} + 1) \left(\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1 \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x-1) \left(\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1 \right)}{(1+x-1)(\sqrt{1+x} + 1)} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$b) I = \int \cos 3x \sin x \, dx$$

$$\text{Rappel : } \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\rightarrow I = \int (4 \cos^3 x - 3 \cos x) \sin x \, dx = 4 \int \cos^3 x \sin x \, dx - 3 \int \cos x \sin x \, dx$$

$$= -\cos^4 x + \frac{3}{2} \cos^2 x = \cos^2 x \left(\frac{3}{2} - \cos^2 x \right) + C$$

$$\text{c) } I = \int_0^{\pi/2} \sin(5x) e^{kx} dx$$

$$u = \sin 5x \rightarrow u' = 5 \cos 5x$$

$$v' = e^{kx} \rightarrow v = \frac{1}{k} e^{kx}$$

$$\rightarrow I = \left[\frac{1}{k} \sin 5x e^{kx} \right]_0^{\pi/2} - \frac{5}{k} \int_0^{\pi/2} \cos 5x e^{kx} dx$$

$$u = \cos 5x \rightarrow u' = -5 \sin 5x$$

$$v' = e^{kx} \rightarrow v = \frac{1}{k} e^{kx}$$

$$\rightarrow I = \frac{1}{k} \left[\sin 5x e^{kx} \right]_0^{\pi/2} - \frac{5}{k} \left(\frac{1}{k} \left[\cos 5x e^{kx} \right]_0^{\pi/2} + \frac{5}{k} \int_0^{\pi/2} \sin(5x) e^{kx} dx \right)$$

$$= \left[\frac{1}{k} \sin 5x e^{kx} - \frac{5}{k^2} \cos 5x e^{kx} \right]_0^{\pi/2} - \frac{25}{k^2} I$$

$$\rightarrow I = \frac{k^2}{25 + k^2} \frac{1}{k} \left[e^{kx} \left(\sin 5x - \frac{5}{k} \cos 5x \right) \right]_0^{\pi/2} = \frac{k}{25 + k^2} \left(e^{\frac{k\pi}{2}} - \frac{5}{k} \right)$$

Modifié le 8 juin 2011 (Fabienne Zoetard)