La factorisation.

La factorisation permet de résoudre de nombreux problèmes comme la résolution des équations, des inéquations, les études de signes, etc.

1) **La mise en évidence** : Si une mise en évidence est possible, il faut toujours la faire.

Exemples : $2xy-4y^2=2y(x+2y)$

$x^3+\underline{8x^2}+x+\underline{8}=x(x^2+1)+8(x^2+1)=(x^2+1)(x+8)$

2) **Les produits remarquables** :

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$	$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$	$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$
	$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3$

Note : a^2+b^2 NE SE FACTORISE PAS dans les réels.

3) **Equation du second degré** : $P(x)=ax^2+bx+c=0$

a. Méthode du Δ (ou du ρ)

$$\Delta=b^2-4ac=\begin{cases}>0 \text{ Deux racines}\\ =0 \text{ Une racine}\\ <0 \text{ Pas de solution}\end{cases} \Rightarrow x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}\Rightarrow a(x-x_1)(x-x_2)=0$$

Note : si $P(x)=ax^2+2b'x+c$, alors $\Delta'=b'^2-ac\Rightarrow x_{1,2}=\dfrac{-b'\pm\sqrt{\Delta'}}{a}$

b. **Somme-produit** : $S=x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$; $P=x_1.x_2=\dfrac{c}{a}$

Exemple :

$P(x)=x^2+3x-4$. Les racines sont -4 et 1 car $P=-4\times1=-4$ et $S=-(-4+1)=+3$

$\Rightarrow P(x)=(x+4)(x-1)$

4) **Méthode de Horner** : (Equation du troisième degré et plus)

Exemple :

$P(x)=x^3-5x^2-2x^2+6$. Les diviseurs de 6 sont $div(6)=\pm1;\pm2\pm3\pm6$. On vérifie immédiatement que le polynôme vaut 0 pour $x=1$. On établit alors le tableau de Horner.

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 1 & -5 & -2 & 6\\ \hline 1 & & 1 & -4 & -6\\ \hline & 1 & -4 & -6 & 0\end{array}\Rightarrow P(x)=(x-1)(x^2-x-6)=(x-1)(x+2)(x-3)$$

Jacques COLLOT – reussir@proximus.be – 0479 281 222