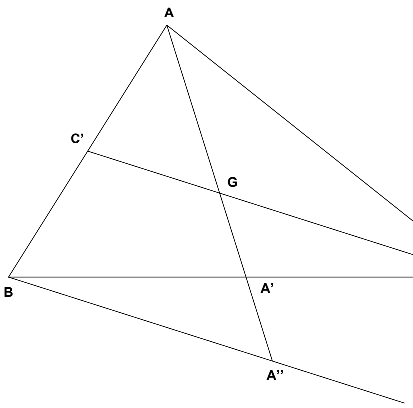
Démontrer que les médianes d'un triangle sont concourantes.

Méthode 1



Par B on trace la parallèle à la médiane CC'. Soit A'' l'intersection de cette parallèle avec la médiane AA'.

Par Thalès : $\overline{AG} = \overline{GA'}$ car C' est le milieu de $AB \rightarrow G$ est le milieu de AA'

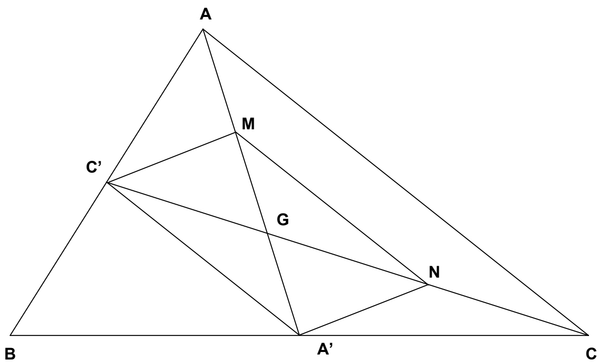
De même : $\overline{GA'} = \overline{A'A''}$ car A' est le milieu de $BC \rightarrow A'$ est le milieu de GA''

On en déduit que $\overline{A'G} = \dfrac{\overline{AA'}}{3}$ c'est-à-dire que G est au tiers de AA'.

Par un raisonnement identique on montre que $\overline{C'G} = \dfrac{\overline{CC'}}{3} \rightarrow G$ est au tiers de CC'

On recommence avec la troisième médiane, et on conclut que les trois médianes sont concourantes en G, qui est aussi le centre de gravité du triangle

Méthode 2



Soit G l'intersection des médianes AA' et CC'. Soient M le milieu de AG et N le milieu de CG.

Par Thalès, on déduit que $C'A'$ est parallèle à AC avec $\overline{C'A'} = \dfrac{1}{2}\overline{AC}$

De même, MN est parallèle à AC avec $\overline{MN} = \dfrac{1}{2}\overline{AC}$

Par conséquent, $A'C'MN$ est un parallélogramme et G est le point d'intersection des diagonales de ce parallélogramme, les diagonales se coupant en leur milieu.

On en déduit que G est au tiers de AA' et CC'.

On recommence avec la troisième médiane et on conclut que les trois médianes sont concourantes.