MECANIQUE

1. Rappels de mécanique

Le mouvement est rectiligne si sa trajectoire est une droite.

Repère

1.1 MRU

Le mouvement est uniforme si sa vitesse est constante.

Le déplacement $d = x_o - x$

La vitesse moyenne $V = \dfrac{d}{t}$ ***est constante*** en km/h ou m/s

La vitesse est obtenue en calculant la pente du graphe $x = f(t)$

Dans un diagramme de la distance en fonction du temps, la vitesse constante correspond à une ligne droite: $d = V.t$. La pente de la droite est égale à la vitesse. Plus la vitesse est grande, plus la pente se redresse.

1.2 MRUV

L'accélération est définie comme la variation par unité de temps du vecteur vitesse V

$$a = \frac{V - V_o}{t} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$ ***est constante*** en m/s²

L'accélération est obtenue en calculant la pente du graphe $v = f(t)$

MRUA $\rightarrow$ a positive MRUD $\rightarrow$ a négative

Formules du MRUV

Distance parcourue $\boldsymbol{d = V_o.t + \dfrac{a.t^2}{2}}$

Vitesse $\boldsymbol{V = V_o + a.t}$

1.3 Chute libre (sans frottements)

Un corps en chute libre est en MRUA avec une accélération $a = g = 9.81$ m/s².

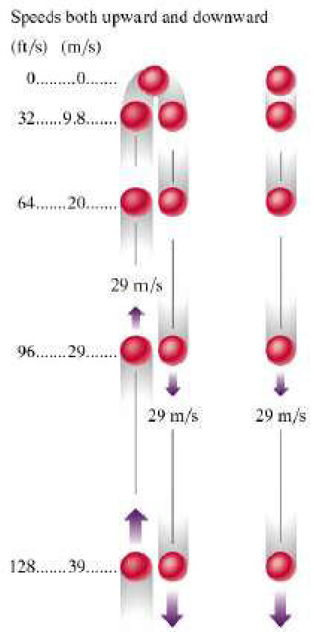
$$h = \frac{g \cdot t^2}{2}$$
$$V = g \cdot t$$

1.4 Corps lancé vers le bas

Un corps lancé vers le bas est également en chute libre mais avec une vitesse initiale V_0.

$$h = V_0 t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$
$$V = V_0 + g \cdot t$$

1.5 Corps lancé vers le haut



Un corps lancé vers le haut est en MRUD avec une accélération $g = -9.81$ m/s².

En chute libre, la direction de l'accélération est toujours strictement verticale et orientée vers le bas. Si un objet est jeté vers le haut verticalement, il restera sur une trajectoire verticale. En montant, l'objet sent une accélération négative, $a = -g$. Sa vitesse diminuera jusqu'à l'arrêt momentané au sommet de sa trajectoire. La descente est la même que pour un objet lâché du sommet: il subit l'accélération $a = +g$ à partir de $v_0 = 0$.

1.6 Travail - puissance – énergie

Travail d'une force		$W = F.d.\cos\alpha$	en joule
Puissance		$P = \frac{W}{t}$	en Watt
Energie	**potentielle**	$E_P = mgh$	en joule
	Cinétique	$E_C = \frac{1}{2}mv^2$	en joule
	Mécanique	$E = E_P + E_C$	en joule

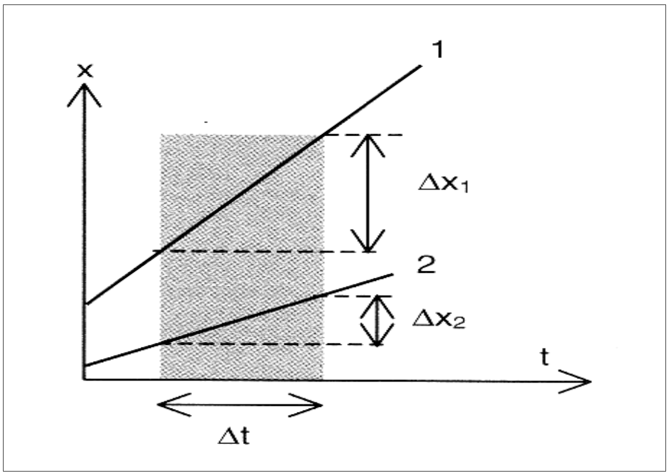
2. Les grandeurs instantanées

2.1 La vitesse instantanée

Nous connaissons déjà la notion de vitesse instantanée comme étant la vitesse du mobile à un instant précis $V(t)$.

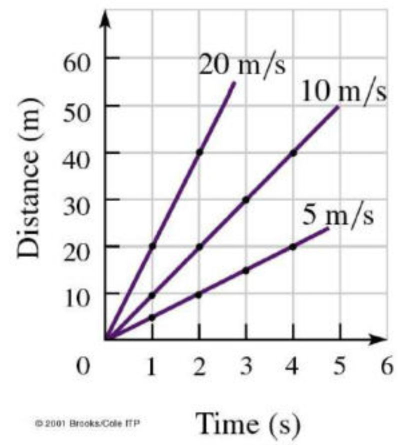
2.1.1 Cas d'un mouvement uniforme

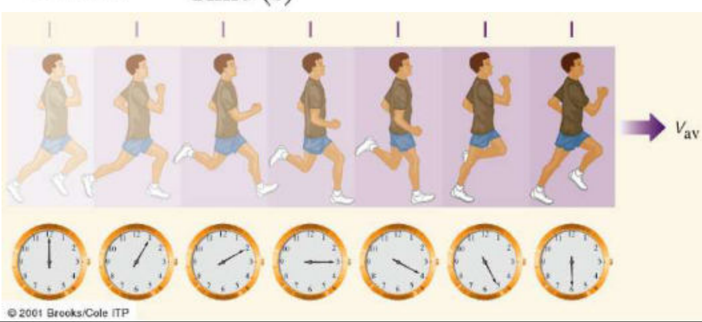
Nous savons que pour un MRU, le graphe de la position en fonction du temps $x = f(t)$ est une droite oblique.
La vitesse instantanée est constante et elle peut se déterminer en calculant la pente du graphe $x = f(t)$



La pente = $\Delta V = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

L'analyse rapide de la pente nous indique que le mobile 1 va plus vite que le 2





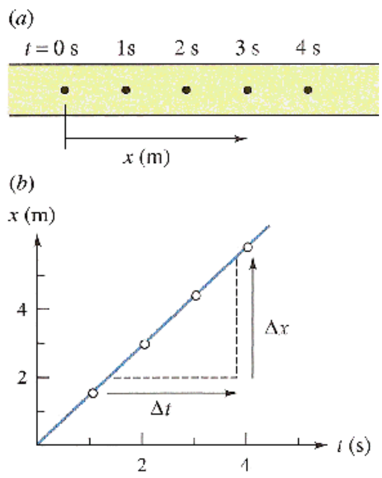


Figure 3.5 ▲
(*a*) Le mouvement d'une particule se déplaçant à vitesse constante donne des points également espacés lorsqu'on l'enregistre sur un ruban. (*b*) Le graphe de la position en fonction du temps d'une particule en mouvement à vitesse constante est une droite dont la pente est égale à la vitesse moyenne.

2.1.2 Cas d'un mouvement non uniforme ou varié

La vitesse d'un mobile varie dans la plupart des mouvements quotidiens.
Elle peut augmenter, diminuer et même changer de signe. La vitesse peut changer à tout instant.
La vitesse est une fonction du temps et <u>le graphe x =f(t) n'est plus une droite</u>

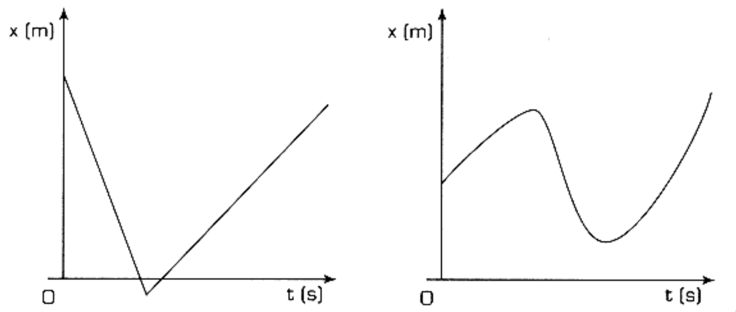
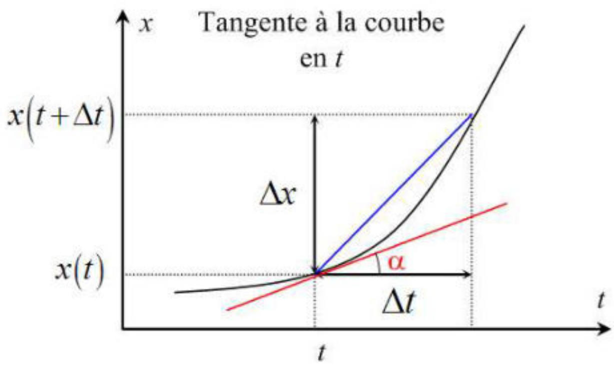


Figure 1.20
Graphe x = f(t) pour des mouvements variés

Nous devons donc être capables de déterminer la vitesse du mobile à un instant t quelconque du mouvement
Pour calculer la vitesse instantanée v(t) à l'instant t, l'idée consiste à déterminer la vitesse moyenne pendant un intervalle de temps [t, t+Δt] et de prendre des Δt de plus en plus petits. De cette façon, la vitesse moyenne calculée est d'autant plus proche de la vitesse à l'instant t que Δt est petit.

Pour comprendre ce principe analysons un graphe $x = f(t)$ <u>quelconque</u>



Partons du calcul de la vitesse moyenne entre les instants t et $t + \Delta t$ $\rightarrow$ $V_m = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

Considérons des Δt de plus en plus petits, la vitesse moyenne ainsi calculée va tendre vers une valeur qui indiquera la valeur de la vitesse au temps t donc V(t)

On écrira $V(t) = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ quand Δt devient très petit

Les mathématiciens utilisent le symbole suivant pour exprimer cette idée :

$$V(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Le <u>**segment de droite**</u> qui joint les extrémités de l'intervalle finit par se confondre avec la <u>**tangente à la fonction**</u> au point où nous désirons connaître la vitesse soit $V(t)$.

Or la pente d'une telle droite dans un graphique x = f(t) nous donne la vitesse du mobile à l'instant considéré.
Pour déterminer la vitesse V(t) à l'instant t, on trace la tangente à la courbe x : f(t) à l'instant t. On détermine ensuite cette tangente.

V((t) ⇒ pente de la tangente à la courbe x(t) à l'instant t

2.2 Accélération instantanée

L'accélération instantanée représente l'accélération du mobile à un instant précis $a(t)$.

2.2.1 Cas du mouvement uniformément varié

Nous savons que pour un MRUV, le graphe de la vitesse en fonction du temps $V = f(t)$ est une droite oblique.
L'accélération instantanée est constante et elle peut se déterminer en calculant la pente du graphe $V = f(t)$

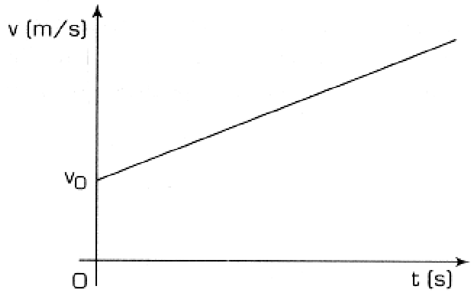


Figure 1.27a
Graphe v = f(t) pour un MRUA

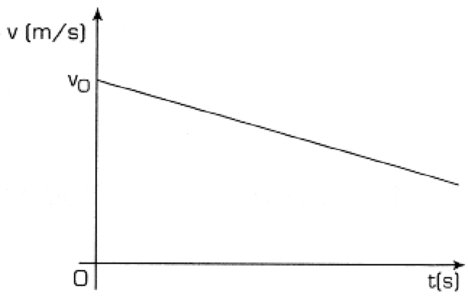


Figure 1.27b
Graphe v = f(t) pour un MRUD

La pente
$\Delta V / \Delta t$ de ces graphes donne la valeur de l'accélération a du mobile

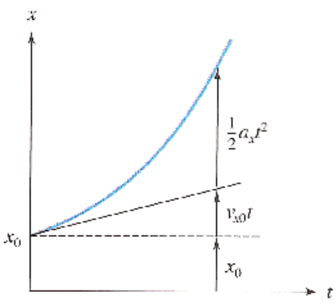


Figure 3.17 ▲
Le graphe de x en fonction de t pour une accélération constante (positive) est une parabole. La pente de la tangente en $t = 0$ est égale à la vitesse initiale v_{x0}.

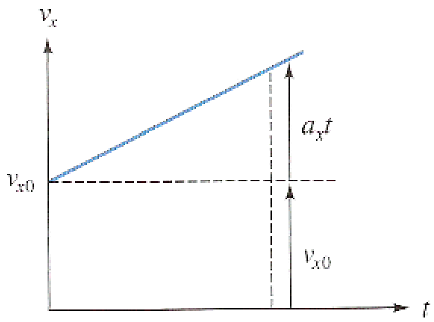
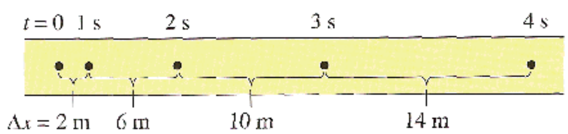


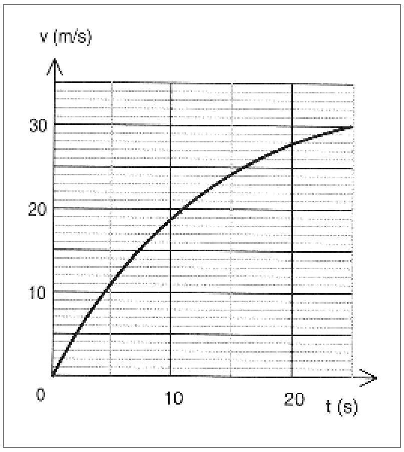
Figure 3.16 ▲
Le graphe de v_x en fonction de t pour une accélération constante (positive).

Figure 3.11 ▶
Un relevé des positions d'une particule soumise à une accélération constante.
Au cours d'intervalles de temps successifs, le déplacement augmente d'une quantité constante, ici égale à 4 m.

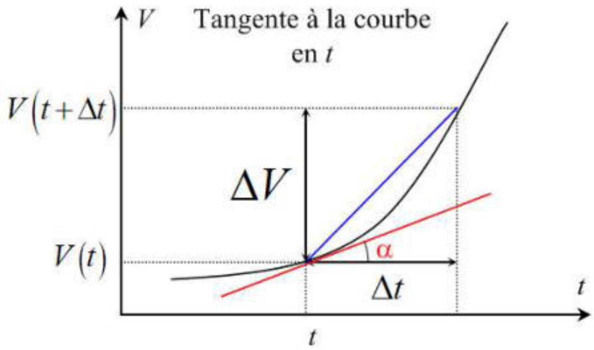


t (s) :	0	1	2	3	4
x (m) :	0	2	8	18	32

2.2.2 Cas du mouvement non uniformément varié



En pratique, les mouvements des corps sont tels que la vitesse varie (augmente ou diminue) mais d'une manière non uniforme. L'accélération qui en découle n'est alors plus constante et elle évolue à chaque instant.



Voici le graphe $V = f(t)$ d'une voiture qui démarre.

On se propose alors de déterminer l'accélération à chaque instant soit $a(t)$.

Le principe est le même que pour le calcul de la vitesse instantanée sinon que l'on travaille sur un graphe $V = f(t)$

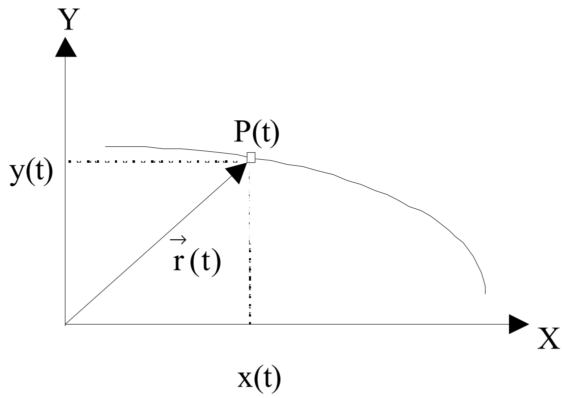
En fait, pour calculer $a(t)$, nous utilisons l'accélération moyenne pendant un intervalle de temps [t, t+Δt]. Ensuite, on fait tendre Δt vers 0. De sorte que cette accélération moyenne va représenter l'accélération à l'instant t si Δt est petit.

Par un raisonnement identique à celui fait pour la vitesse instantanée, l'accélération instantanée

a (t) = pente de la tangente à la courbe dans le graphique V(t) à l'instant t

3. Les grandeurs vectorielles

3.1 Vecteur position



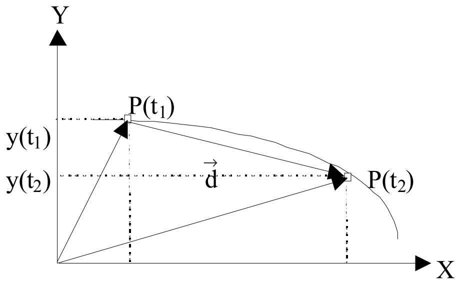
Le système de référence doit dans le cas d'un mouvement plan comporter deux axes que nous choisirons orthogonaux et munis de la même unité (de longueur).On les note X et Y

Le vecteur <u>position</u> est un vecteur dont l'origine est l'origine O du système d'axes et dont l'extrémité est le point matériel.
Il caractérise la position du point P par rapport à l'origine du repère.

Le vecteur position a deux composantes: $\vec{r}(t) = \{x(t),\ y(t)\}$

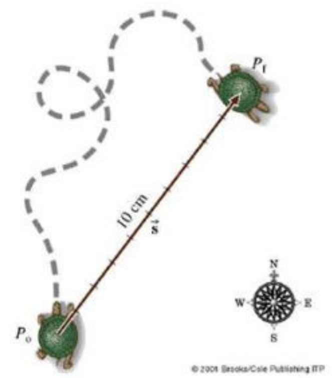
La **<u>valeur</u>** ou la grandeur de $\vec{r}(t)$ est donnée par : $r(t) = \sqrt{[x(t)]^2 + [y(t)]^2}$

3.2 Vecteur déplacement



Considérons l'intervalle de temps $[t_1, t_2]$
Regardons uniquement la position à l'instant t_1 et la position à l'instant t_2. Le corps a effectué un déplacement représenté par un vecteur $\vec{d}$ qui a 2 composantes { d_x, d_y }
Le déplacement $\vec{d}$ est le vecteur $\overrightarrow{P(t_1)P(t_2)}$ dont les 4 caractéristiques sont :

- une origine: $P(t_1)$
- une direction: celle qui comprend les points $P(t_1)$ et $P(t_2)$
- un sens: de $P(t_1)$ vers $P(t_2)$
- une valeur: d



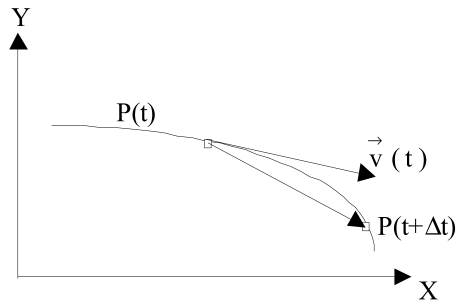
Le déplacement de la tortue est ici représenté par le vecteur s quelque soit le chemin réelle parcouru entre les positions P_o et P_f

Le vecteur <u>déplacement</u> $\vec{d}$ entre deux positions (ou deux instants) indique le changement global de position du mobile, <u>sans tenir compte de la trajectoire</u> suivie entre ces deux positions.

3.3 Vecteur Vitesse

En physique, la vitesse est une grandeur vectorielle notée $\vec{v}(t)$ et définie par :

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_{moyenne} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$



Considérons l'intervalle de temps $[t, t+\Delta t]$.

<u>Remarque sur la direction</u> de $\vec{v}(t)$

Lorsque l'on fait tendre Δt vers 0, la direction du vecteur déplacement $\vec{d}$ tend ***vers la direction de la tangente à la trajectoire au point P(t).***

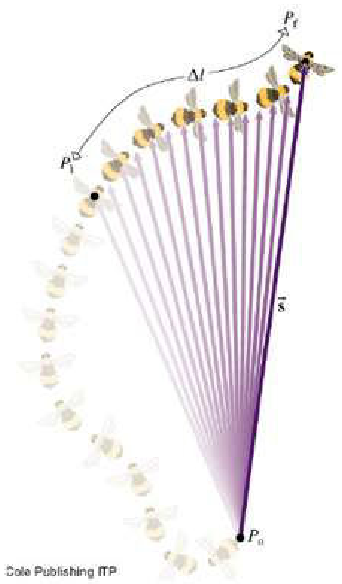
<u>Le vitesse V(t) est donc un vecteur tangent à la trajectoire</u>

Les composantes de la vitesse instantanée $\vec{v}(t)$ sont données par $v_x(t), v_y(t)$

La grandeur $v = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2}}$

Sa seule composante $v_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{d_x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$

Si nous faisons tendre Δt vers 0, $x(t+\Delta t)-x(t)$ tend également vers 0, mais le rapport va tendre vers la dérivée de $x(t)$



Nous pouvons utiliser le vecteur déplacement , ici le vecteur s pour représenter la déplacement de l'abeille

3.4 Accélération instantanée

L'accélération instantanée $\overrightarrow{a(t)}$ est également un vecteur définit par :

$$\overrightarrow{a(t)} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_{moyenne} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$$

et possédant deux composantes a_x et a_y

De sorte que sa norme se calcule par $a = \sqrt{ax^2 + ay^2}$

Dans le cas d'un mouvement rectiligne, l'accélération a une seule composante:

$$a_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_x(t+\Delta t) - v_x(t)}{\Delta t}$$

Si nous faisons tendre Δt vers 0, $v_x(t+\Delta t)-v_x(t)$ tend également vers 0, mais le rapport va tendre vers la <u>dérivée</u> de $v_x(t)$

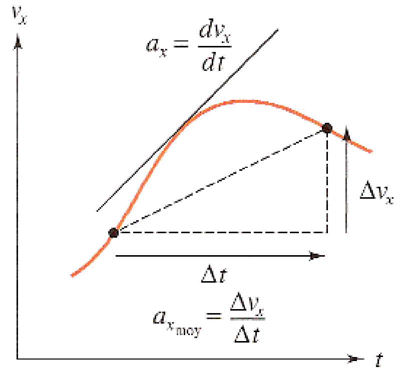


Figure 3.10 ▲
Sur un graphe de la vitesse en fonction du temps, la pente de la droite joignant deux points de la courbe est l'accélération moyenne sur l'intervalle de temps correspondant. L'accélération instantanée à un instant donné est la pente de la tangente à la courbe à cet instant.

3.4.1 Accélérations normale et tangentielle

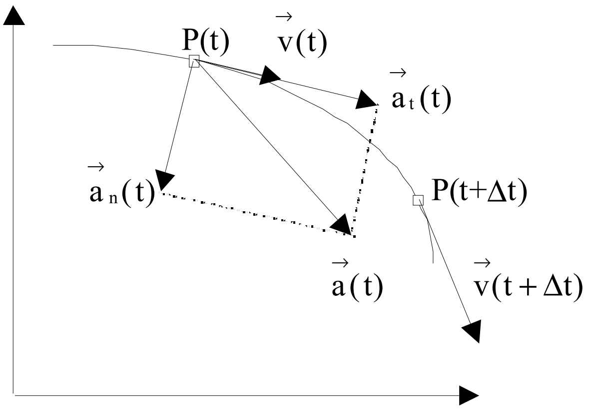
- Lorsque seule la valeur de la vitesse change, alors l'accélération est tangente à la trajectoire.
- Lorsque seule la direction de la vitesse change, alors l'accélération est normale à la trajectoire.

<u>La direction du vecteur accélération instantanée est donc normale à la trajectoire et son sens le dirige vers le centre de la circonférence.</u>

D'une manière générale, $\vec{a}(t)$ possède pour une trajectoire courbe, 2 composantes

- une <u>composante tangentielle</u> $\vec{a}_t(t)$ à la vitesse qui fait varier la valeur de la vitesse

- une <u>composante normale</u> $\vec{a}_n(t)$ à la vitesse qui fait varier la direction de la vitesse.



$$\vec{a}(t) = \vec{a}_n(t) + \vec{a}_t(t)$$

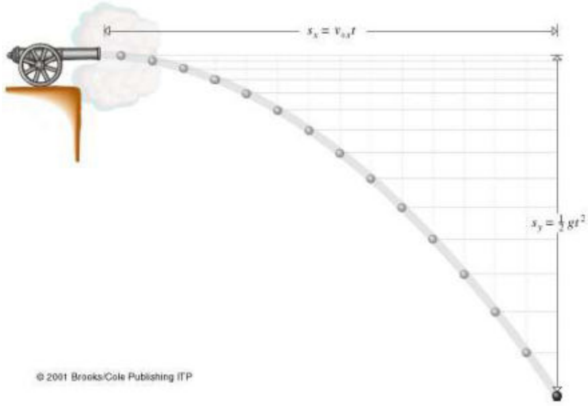
4. Les mouvements à deux dimensions

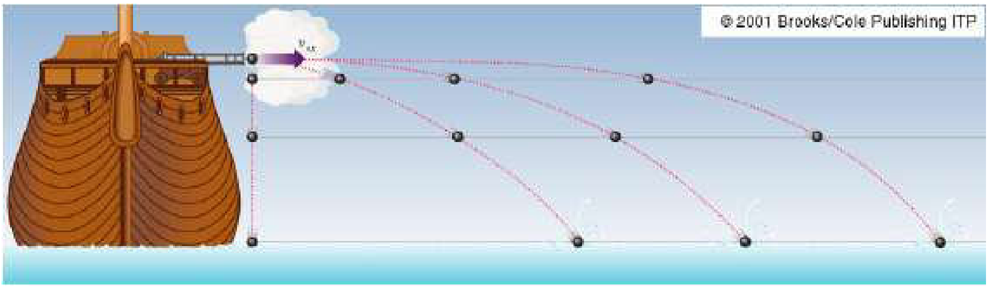
4.1 Tir horizontal

Considérons un projectile lancé horizontalement. Son mouvement contient deux composantes:

– un mouvement horizontal sans force horizontale, et donc à vitesse constante;

un mouvement vertical sous l'influence de la gravité, et donc à l'accélération constante. Comme la force est un vecteur, elle n'accélère les corps que dans sa propre direction





4.2 Tir parabolique

Le mouvement parabolique (corps lancé vers le haut avec une inclinaison par rapport à l'horizontal) est la composition de 2 mouvements rectilignes

Le corps est lancé avec une vitesse initiale $\vec{v_0}$ qui fait un angle α avec l'axe X

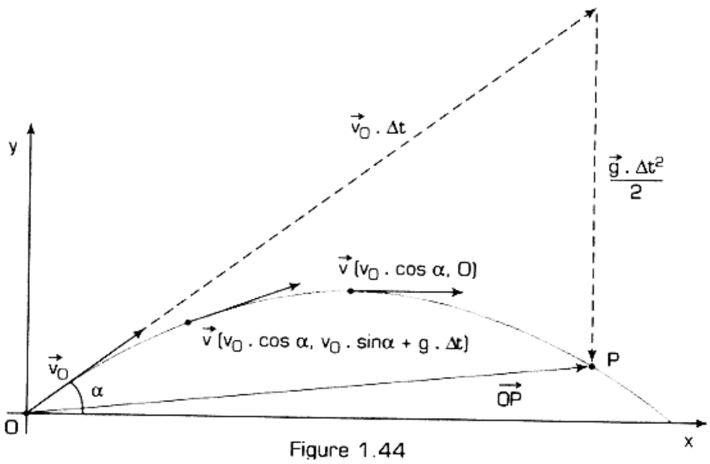
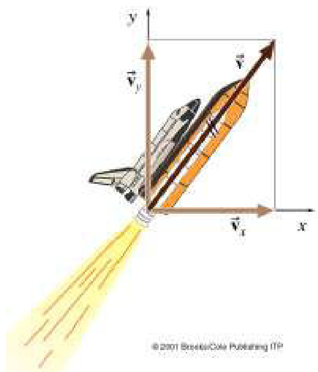


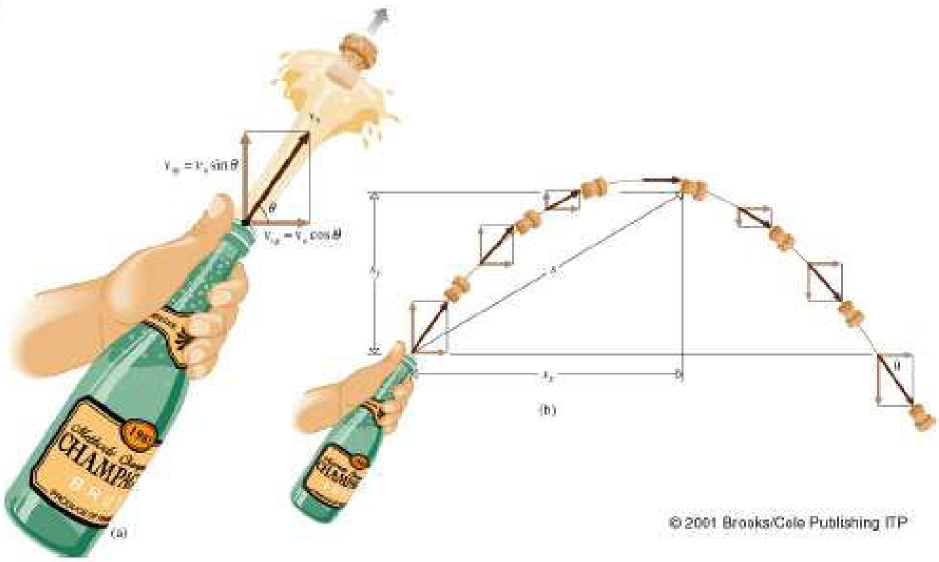
Figure 1.44



La vitesse étant un vecteur, on peut le décomposer en deux composantes :

$$\text{Une // à l'axe } X : v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$$

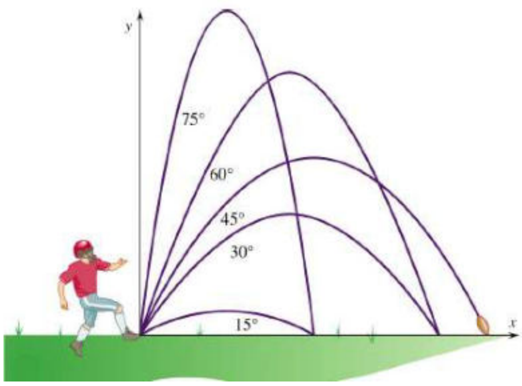
$$\text{Une // à l'axe } Y : v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha$$



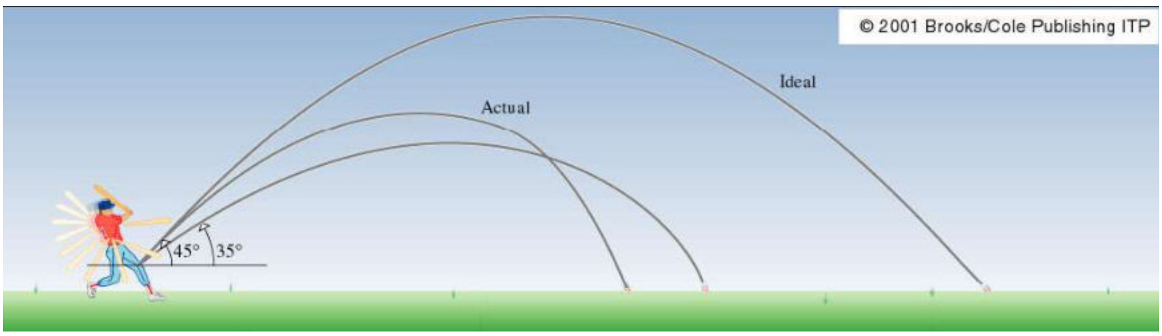
L'étude du corps lancé avec un angle α se ramène alors à l'étude :

- Suivant *X* d'un MRU avec une vitesse $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$
- Suivant *Y* d'un corps lancé vers le haut avec une vitesse $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$

Chaque mouvement obéit à ses propres équations et ce dans la direction suivant laquelle il se produit.



Si on néglige la résistance de l'air, la portée du tir sera maximale pour un angle de 45°.
En réalité, si on tient compte de cette résistance, l'angle optimal est proche de 35¨°

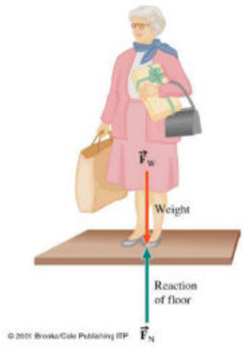


6. Les forces

6.1 Introduction

Une force est une grandeur vectorielle qui représente l'action qu'un corps peut subir ou exercer sur un autre corps.
Elle se mesure avec un dynamomètre et son unité est le Newton (N)

6.2 La force poids ou force de pesanteur



A chaque moment, le soleil, la lune et toutes les planètes, avec une bonne partie des étoiles près du système solaire, interagissent avec vous gravitationnellement. Votre poids est le résultat net de vos interactions avec l'Univers entier. D'un point de vue pratique, l'influence de la Terre est dominante et toute autre influence est négligeable. On définit alors le poids comme la force verticale gravitationnelle sur un corps à la surface de la Terre.

Le poids d'un corps de masse *m* est la grandeur de la force d'attraction exercée par la Terre sur ce corps.

Le poids est un vecteur noté $\vec{G}$ dont :

le point d'application = centre de gravité du corps
la direction = la verticale (matérialisée par le fil à plomb)
le sens = du centre de gravité du corps vers le centre de la Terre
la valeur est liée à la masse *m* du corps par la relation $G = m \cdot g$

avec m = masse en kg g = 9, 81 N / kg (dans nos régions)

G = poids en N


Sur la Lune, Edwin Aldrin Jr. pesait à peu près six fois moins que sur la Terre, alors que sa masse n'avait pas changé.

6.3 Loi de l'attraction universelle ou de la gravitation universelle.

(Formulée par Newton et abordée en 4G)

Deux corps de masse M_1 et M_2 s'attirent mutuellement avec une force dont la grandeur est proportionnelle à chacune des masses et inversement proportionnelle au carré de la distance d qui les sépare.

$$F = G\frac{M_1 . M_2}{d^2}$$

G = constante = 6,67. 10^{-11} N.m² / kg² (déterminée expérimentalement)
d = distance en m
M_1 = masse du corps 1en kg , M_2 = masse du corps 2 en kg

Remarques.

A. Tous les corps matériels exercent une force gravifique les uns sur les autres, quelle que soit la nature de ces corps. Cette loi est donc valable pour toute masse mais devient importante si une des masses est une planète.
En particulier masse de la terre $M = 6.10^{24}$ kg, d = rayon de la terre = 6400km
B. La grandeur de la force d'attraction décroît fortement lorsque la distance d entre les corps augmente. (loi en $1/d^2$)
C. La loi de la gravitation est valable partout dans l'Univers et elle s'exerce même à travers le vide.

6.4 Décomposition de forces

Composer 2 forces, c'est trouver la résultante donc la force unique qui mise à la place des 2 autres produirait le même effet physique que ces 2 forces.

Décomposer une force, c'est l'opération inverse qui consiste à imaginer 2 forces (prises suivant des axes X et Y donnés) qui auraient le même effet que la force de départ.

8. Les lois de Newton

8.1 Système de référence d'inertie (ou galiléens) et le principe d'inertie

8.1.1 Inertie

On sait que la ***loi d'inertie*** indique que si aucune force n'est appliquée à un objet, c'est à dire si la résultante des forces appliquées est nulle, la vitesse de cet objet ne change pas. En particulier, s'il est immobile, il reste immobile.

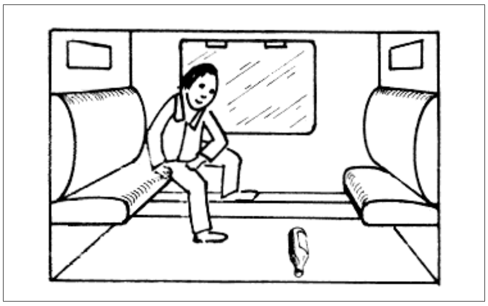
Cette loi est-elle toujours vraie ?

Posons une canette sur la table. Elle subit des forces qui se compensent (poids et le soutien de la table). Elle reste sur la table.
Lançons une bille sur un plan horizontal avec une certaine vitesse $\vec{V}$. La bille est aussi soumise à 2 forces : la force de la pesanteur $\vec{G}$ et la résistance du plan $\vec{R}$.
La résultante des forces appliquées à la bille est bien nulle.

Quel sera le type de mouvement que va prendre la bille ?

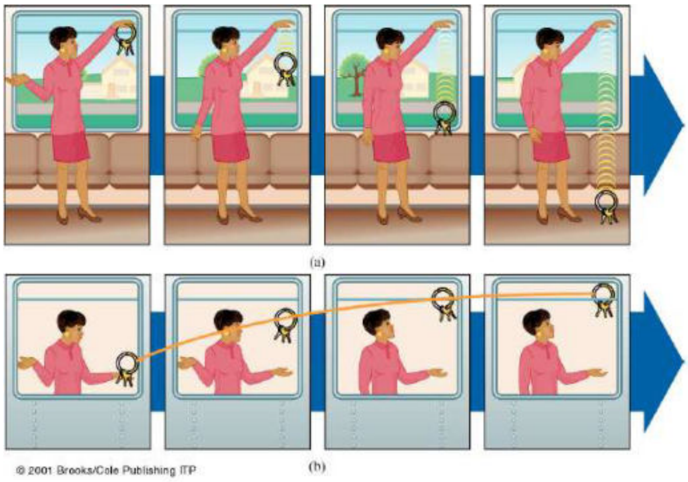
En principe, elle s'arrêtera à cause des forces de frottement. Mais supposons que la table soit parfaitement lisse sur plusieurs kilomètres et que l'air soit inexistant.
Alors, la bille continuerait en ligne droite et à la même vitesse, elle serait en MRU et son accélération serait nulle.

L'importance du système de référence



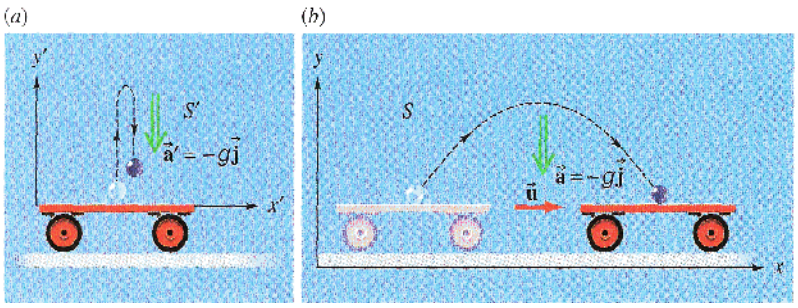
Supposons que la canette ait été placée sur le plancher d'un wagon de train.
Supposons le train à l'arrêt. Quand le train démarre, la canette se met à rouler vers l'arrière.
Comment expliquer ce mouvement ?
La résultante des forces est bien nulle. Le corps était au repos. Or il ne l'est plus, il roule ! ! !
Pourtant personne ne souffle ou ne l'attire avec un aimant ! !
La loi d'inertie ne paraît correcte que dans certains systèmes de référence.

Un train à l'arrêt est un « bon » système de référence. Un train qui démarre ou qui freine est un référentiel dans lequel les objets bougent tout seul…..C'est un « mauvais » système de référence.



Considérons le projectile lancé verticalement dans un train qui roule à **<u>vitesse constante</u>**: Une fois lancé, l'objet garde sa vitesse horizontale uniforme, celle du train. Il tombe verticalement. Vu d'un observateur hors du train, l'objet suit un parcours parabolique, tout comme le projectile du canon. La loi d'inertie est valable dans les référentiels à vitesse relative constante, dits **référentiels d'inertie**.

Figure 4.34▶
(a) La trajectoire d'une balle lancée verticalement vers le haut par rapport à une plate-forme se déplaçant à la vitesse u par rapport au sol. (b) La trajectoire de la balle vue par un observateur au sol est une parabole. L'accélération de la balle est la même dans les deux cas.



Un système de référence dans lequel le principe d'inertie est applicable est appelé <u>système d'inertie</u>.

Notre laboratoire, le train au repos, le train en MRU par rapport à la terre semblent être des systèmes d'inertie.

Un train qui démarre, une voiture qui ralentit, une voiture dans un virage, un avion qui traverse un trou d'air,….. semblent ne pas être des systèmes d'inertie.

➔ ***un système en accélération par rapport à un système d'inertie n'est pas un système d'inertie.***

Le **principe d'inertie** doit se mettre sous la forme suivante :

Quand la résultante R des forces qui agit sur un corps est nulle, alors le corps est en MRU (vitesse constante ou accélération nulle) mais il faut que la vitesse ou l'accélération soit mesurée par rapport à un système d'inertie.

$$\vec{R} = \Sigma\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$$ **par rapport à un système d'inertie**

Notre laboratoire est-il vraiment un référentiel d'inertie ?

On sait que la Terre tourne sur elle-même et autour du Soleil. Accroché à la Terre, notre labo tourne avec elle. Il ne devrait donc pas être un système d'inertie ! !
Si la Terre tourne, pourquoi l'eau ne sort-elle pas du verre, pourquoi ne sommes-nous pas expulsés de cette Terre comme sur un manège à la foire, … ?

L'explication est simple.

Imaginons un manège qui ferait un tour sur lui-même en 24 heures. Qui payerait pour y monter ? Aucune sensation forte à espérer.
La rotation de la Terre est extrêmement lente et les effets de cette rotation sont difficiles à détecter.

Un système de référence lié au sol est un bon système d'inertie

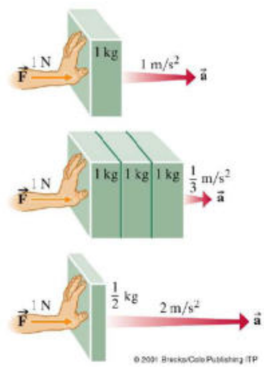
Si la loi d'inertie est applicable dans un système de référence alors c'est un système d'inertie.

8.1.2 Applications du principe d'inertie

- arrêt brusque d'un véhicule
- démarrage brusque d'un véhicule
- jockey sur un cheval qui refuse l'obstacle
- emmanchement d'une pioche
- voiture qui dérape dans un virage
- principe de la fronde
- ***vitesse limite de chute 💣 d'un corps qui tombe dans l'air***

8.2 La 2eme loi de Newton ou loi fondamentale de la dynamique

8.2.1 Introduction



Dans cette 2eme loi de Newton, on se pose la question de savoir quel mouvement prend un corps soumis à une force constante.
L'expérience quotidienne montre que si un corps est au repos et qu'on lui applique une force $\vec{F}$, alors ce corps se met en mouvement. Dans chaque cas et à l'instant considéré, la force produit une accélération qui lui est proportionnelle. Tant que la force est appliquée le corps accélère dans la direction de $\vec{F}$.

8.2.2 Formule

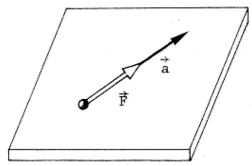
Les expériences sur les plans inclinés de 4eme nous ont montrés que :
L'accélération prise par le corps était :
Proportionnelle à la force F appliquée
Inversement proportionnelle à la masse m de ce corps $\rightarrow\ a = \dfrac{F}{m} \rightarrow \boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$

Remarques importantes sur la 2eme loi

- La 2eme loi est une égalité vectorielle, l'accélération et la force sont des grandeurs vectorielles $\rightarrow$ le vecteur $\vec{a}$ a sera donc parallèle à la force $\vec{F}$.
- Si plusieurs forces agissent simultanément sur l'objet, alors F représente la **<u>résultante de toutes ces forces</u>**. $\vec{F} = \Sigma\vec{F}$

($\Sigma\vec{F}$ Signifiant « somme vectorielle des forces appliquées »)

- Le terme m représente la masse totale en mouvement (voir exercices)

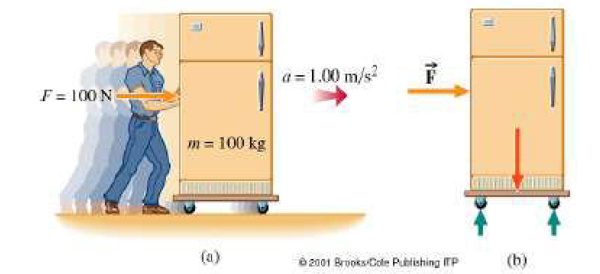


8.2.3 Enoncé

Si sur un corps de masse m agissent un ensemble de forces dont la résultante est constante en grandeur, en sens et en intensité alors ce corps prend un MRUV avec une accélération a constante qui est telle que

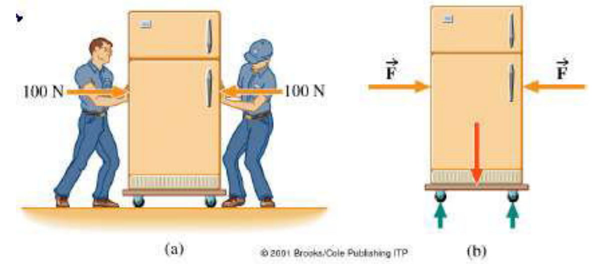
$$\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}$$

Un newton est l'intensité de la force qui communique une accélération de 1 m/s² à un corps d'une masse de 1 kg.



Dynamique: $\Sigma\,\vec{F} \neq 0$

a) Si la seule force horizontale qui agit sur un corps de masse *m* est *F*, alors il accélère de façon que *F* = *m.a*. Ce mouvement est indépendant des forces verticales.
b) La représentation de corps isolé montre la force horizontale



Equilibre statique: $\Sigma\,\vec{F} = 0$

a) Cas de deux personnes qui agissent avec deux forces opposées. Parce que la force est une grandeur vectorielle, ces deux forces se contrebalancent et Σ F = 0. Ce qui veut dire que le corps ne peut avoir aucune accélération.
b) Représentation du corps isolé

8.2.4 La force poids

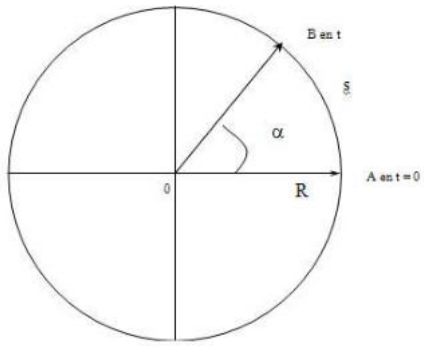
Un corps placé au voisinage de la Terre est soumis à une force constante : son poids *G*. De plus un corps en chute libre est animé d'un MRUA avec *a* = *g*

Dans ce cas $F = m \,.\, a$ devient $\boxed{G = m \,.\, g}$ avec $g = 10$ m/s²

10. Le mouvement circulaire uniforme (MCU)

10.1 Définition

Un mobile est animé d'un mouvement **circulaire** si sa trajectoire est une circonférence de centre *O* et de rayon *R*.
Il est **uniforme** si sa vitesse de rotation est constante.



10.2 Caractéristiques

Période de rotation *T* : ***durée d'une révolution complète. Elle est mesurée en secondes***

La période est un temps particulier. C'est une caractéristique importante du MCU.
On lui attribue une lettre « *T* »qui n'est pas à confondre avec la grandeur générale qui est le temps qu'on note « *t* »

Fréquence de rotation *f* : ***nombre de tours effectués par seconde***.

Elle se mesure en hertz Hz. Le hertz représente un tour ou une révolution par seconde.

On montre facilement que $T = \frac{1}{f}$

10.3 Position du mobile

A l'instant $t = 0$, la position du mobile est représentée par le vecteur *0A*.
Il est en MCU sur un cercle de rayon *R*.
A l'instant *t*, il a parcouru un **arc de cercle** de longueur *s*. Sa nouvelle position est représentée par le vecteur *0B*.

Le rayon vecteur *R* a tourné d'un angle α.

Il existe un lien très simple entre ces 3 grandeurs

$$s = R \cdot \alpha \quad \text{ou} \quad \alpha(\text{rad}) = s \,/\, R$$

avec α mesuré en radian, R et s en mètre
Rappel : $360° = 2\pi$ (radian) $180° = \pi$(radian) $90° = \pi / 2$

10.4 Vitesse angulaire ω et vitesse linéaire V

La **vitesse angulaire ω** représente l'angle parcouru par seconde $\omega = \frac{\alpha}{t}$

avec α en radian, t en seconde, ω **en rad / s**

En MCU, le mobile parcourt un angle = 2π en un temps = à une période T

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

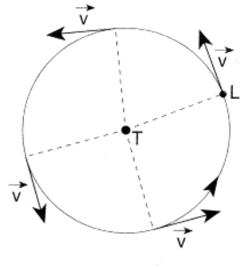
La **vitesse linéaire V** représente la vitesse réelle du mobile sur sa trajectoire. Autrement dit le nombre de mètres parcourus par seconde sur la circonférence du cercle de rayon R

En MCU, le mobile parcourt un arc de cercle = $2\pi R$ en une période T

$$V = \frac{2\pi R}{T} = \omega R$$

Connaissant ω, on peut déterminer la vitesse **V** pour un point quelconque situé à une distance R de l'axe de rotation.

La partie de cours sur « les mouvements paraboliques » montre que le vecteur V est un vecteur tangent à la trajectoire suivie par le mobile. Donc V est un vecteur ⊥ au rayon R



Exemple
La Lune décrit un MCU autour de la terre en 27 jours et 7 heures, le rayon de sa trajectoire est de 384000 km. Calculer sa vitesse linéaire ou vitesse orbitale.
(rép = 1 km /s)

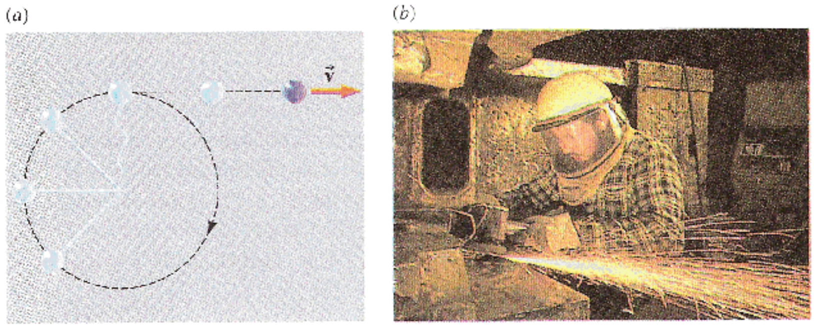


Figure 4.2◀
(*a*) Une particule en mouvement sur une trajectoire circulaire au bout d'une corde. Lorsqu'on lâche la corde, la particule suit la tangente au cercle. (*b*) Les étincelles produites par une meule s'échappent tangentiellement.

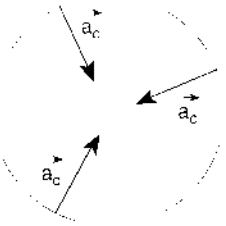
10.5 Accélération centripète

La vitesse linéaire du mobile en MCU est un vecteur. Pour un rayon *R* donné, sa grandeur est constante mais son orientation change continuellement avec le temps.
Il y a donc une <u>variation</u> <u>géométrique</u> du vecteur vitesse. Ceci veut dire qu'il y a une accélération qu'on nomme « accélération centripète : a_c »

10.5.1 Accélération centripète

Accélération tangentielle	**Accélération centripète**
Lors de l'étude du MRUV, on a vu que le vecteur vitesse *V* change en grandeur mais pas en sens, ni en direction. Ceci résulte d'une accélération a qui estt // au vecteur vitesse V : on dit que l'accélération est tangentielle. **Accélération tangentielle ⇔ modification de la grandeur de *V***	Lors de l'étude du MCU, on a vu que le vecteur vitesse *V* change en sens, en direction mais pas en grandeur. Ceci résulte d'une accélération particulière qui est ⊥ au vecteur vitesse V : on dit que l'accélération est normale ou centripète. **Accélération centripète ⇔ modification de la direction de *V***

10.5.2 Direction et orientation de l’accélération centripète



L’accélération dans un MCU est un vecteur dont la direction est perpendiculaire à la direction de la vitesse et son sens est dirigé vers le centre de la circonférence.

10.5.3 Grandeur de l’accélération centripète

On admettra sans démonstration que la grandeur de l’accélération centripète se calcule par la formule :

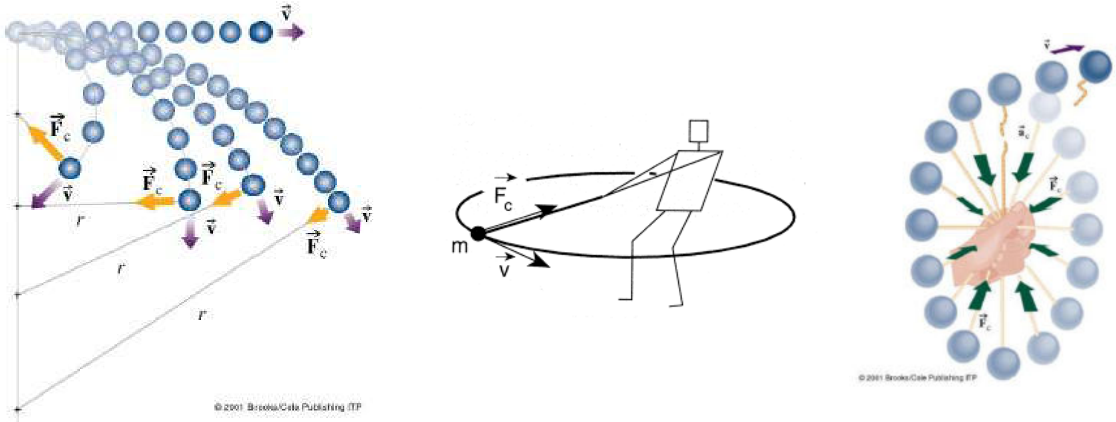
$$a_c = \frac{V^2}{R} = \omega V = \omega^2 R$$

a_c	Accélération centripède, en m/s^2
V	Vitesse du mobile, en m/s
R	Rayon de la trajectoire, en m
ω	Vitesse angulaire, en rad/s

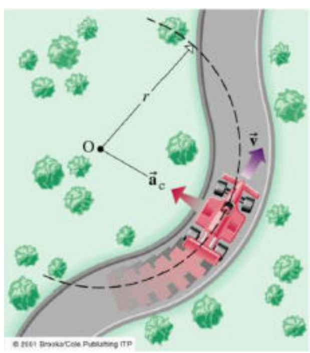
10.6 Force centripète

Si un corps qui tourne en MCU est soumis à une accélération centripète dirigée vers le centre de la trajectoire, d’après la seconde loi de Newton, cette accélération ne peut être produite que par une force qui a la même direction et le même sens que l’accélération en question.

Pour cette raison, un corps en MCU sera constamment soumis à une force dite force centripète dirigée vers le centre de la trajectoire.



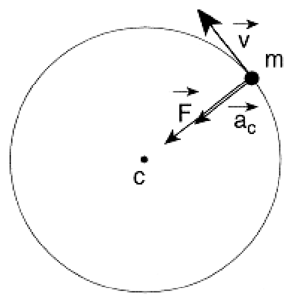
- Ainsi, si on désire mettre une fronde en mouvement en MCU par l’intermédiaire d’une corde tenue à la main, il faut sans cesse tirer la balle vers soi. La force que la main produit sur la balle par l’intermédiaire de la corde, a pour effet de courber sa trajectoire.
- D’après le principe d’inertie, si on ne lui appliquait aucune force, la balle continuerait en ligne droite : c’est ce qui se passerait si la corde cassait.
- Lorsqu’une voiture aborde un virage, c’est la route (par l’intermédiaire des forces de frottement de l’asphalte sur les pneus) qui fournit la force centripète nécessaire pour que la voiture tourne



- Un autre exemple de MCU est celui d’un train qui s’engage dans un tournant. Ce sont les rails qui le font tourner. Ils exercent en effet une force de résistance qui empêche le train de continuer en ligne droite.

Pour qu'un corps de masse m soit en MCU sur un cercle de rayon R avec une vitesse V, il faut qu'il soit soumis à une force centripète Fc d'expression :

$$F_c = \frac{m \cdot V^2}{R} = m.\omega^2 R$$



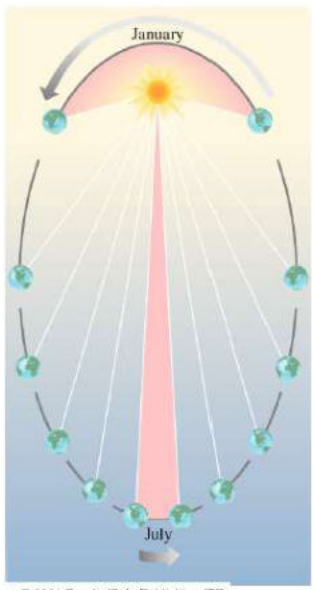
Si plusieurs forces agissent en même temps, il faut que la résultante de toutes les forces ait les caractéristiques d'une force centripète

10.7 Exercices (MCU)

1. Un point matériel est situé à 50 cm d'un axe de rotation. Calculer sa vitesse linéaire et sa vitesse angulaire sachant qu'il effectue 30 tours par minute (Rep: 5,6 km/h / 3,14 rad/s)
2. Calculer la période d'un MCU sachant que l'accélération est de 1 m/s et le rayon de la circonférence 10cm. (Rep : 2s)

11 Lois de Kepler

Les lois de Kepler décrivent le mouvement des planètes autour du Soleil. Ce sont des lois empiriques basées sur l'observation.



© 2001 Brooks/Cole Publishing ITP

11.1 Première loi

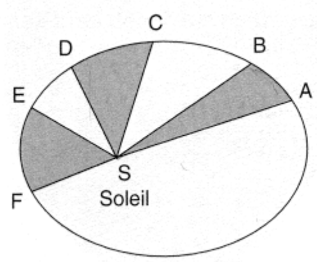
Elle caractérise la trajectoire des planètes

La trajectoire décrite par chaque planète est une ellipse dont le Soleil est un des foyers

11.2 Deuxième loi

Elle précise la variation de la vitesse de la planète tout au long de sa trajectoire

Les aires balayées en des durées égales par le segment [Soleil-Terre], sont égales



Si les portions de trajectoire *AB, CD* et *EF* sont parcourues en des durées égales, alors les aires *SAB, SCD* et *SEF* sont égales.

En conséquence, plus la planète est loin du Soleil, plus sa vitesse est petite

11.3 Troisième loi

Elle compare les périodes des différentes planètes

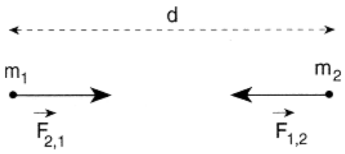
Le carré de la période *T* de révolution d'une planète est proportionnel au cube du demi-grand axe de son ellipse.

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{constante}$$

Comme la trajectoire d 'une planète est quasiment un cercle, $a = R$ le rayon de la trajectoire du cercle

12 Loi de la Gravitation Universelle

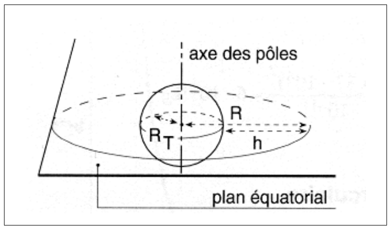
12.1 Enoncé



Deux corps ponctuels s'attirent mutuellement avec une force
dont la direction est celle de la droite joignant les deux corps
dont l'intensité est proportionnelle au produit des masses des deux corps et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare.

$$F_{\text{attraction}} = G\frac{M_1 . M_2}{d^2}$$

G = constante de la gravitation universelle = $6{,}61.10^{-11}$ N m² kg^{-2}

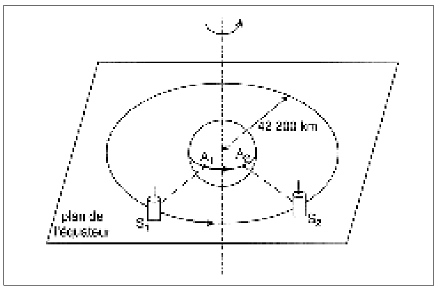


12.2 Applications

La découverte de la loi de la gravitation universelle a permis entre autre de

- ***Déterminer la masse de la Terre connaissant les valeurs de G, g , Rt***

Pour cela exprimer le poids G d'un corps de masse m situé à la surface de la Terre dont la masse est Mt et dont le rayon est Rt

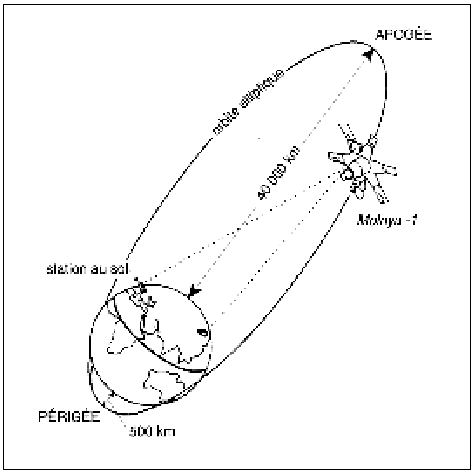


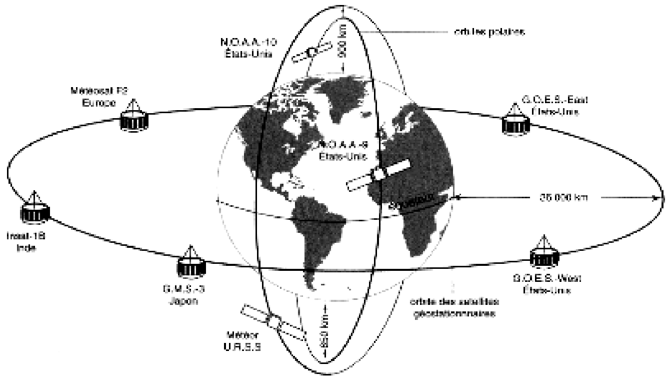
- ***Déterminer la masse du Soleil connaissant Mt , G , la période de rotation de la Terre autour du Soleil et la distance [Terre-Soleil]***

  Il est possible de déterminer la masse d'un astre connaissant le rayon orbital et la période d'un objet gravitant autour de lui en MCU.

- ***Calculer la distance [Terre-Lune] connaissant la période de rotation de la Lune, Mt et la distance [Terre-Lune]***
- ***Exprimer la vitesse orbitale d'un satellite en rotation autour de la Terre en fonction de G, Mt et de la distance [Terre-satellite]***
  - ***Calculer cette vitesse si h = 200 km et donner la période de rotation correspondante***
- ***Calculer h (altitude) et V d'un satellite en orbite géostationnaire***

Un satellite géostationnaire est un satellite gravitant sur une orbite équatoriale circulaire de rayon R et dont la période T est la même que celle de la Terre soit 23 h 56 min 4s.
Il est en permanence à l'altitude h et son rayon orbital R est égal à la somme du rayon terrestre et de l'altitude h.





LE SOLEIL ET LES 16 OBJETS PLANÉTAIRES PRINCIPAUX DU SYSTÈME SOLAIRE

	r (Terre = 1)*	m (Terre = 1)**	ρ (kg/m³)	$g_{surface}$ (N/kg)	v_{lib} (km/s)	a (UA)***	$T_{révolution}$ (a)***	$T_{rotation}$ (jours)	e
SOLEIL	109	330×10^3	1410	274	618	—	—	25,7	—
Mercure	0,387	0,056	5440	3,72	4,3	0,387	0,24	59	0,206
Vénus	0,95	0,82	5240	8,85	10,4	0,723	0,615	234	0,007
Terre	1	1	5500	9,81	11,2	1	1	1	0,017
Lune	0,27	0,012	3360	1,57	2,4	0,002 57	0,0748	27,32	0,055
Mars	0,53	0,11	3940	3,72	5,0	1,524	1,88	1,03	0,093
Jupiter	11,2	318	1310	24,8	60	5,203	11,86	0,41	0,048
Io	0,28	0,014	3550	1,8	2,6	0,002 82	0,005	1,76	0,000
Europe	0,24	0,008	3040	1,4	2,0	0,004 49	0,010	3,55	0,000
Ganymède	0,41	0,024	1930	1,5	3,6	0,007 16	0,020	7,16	0,002
Callisto	0,38	0,018	1830	1,2	2,4	0,012 3	0,046	16,70	0,007
Saturne	9,3	95	700	10,5	36	9,54	29,46	0,44	0,056
Titan	0,40	0,021	1900	1,37	2,7	0,008 17	0,044	15,96	0,029
Uranus	4,0	15	1300	9,0	21,2	19,19	84,04	0,72	0,046
Neptune	3,9	17	1660	11,0	23,6	30,06	164,8	0,67	0,010
Triton	0,21	0,004	2000	0,6	1,5	0,002 37	0,016	5,88	0,000
Pluton	0,18	0,002	2000	1,0	1,0	39,44	247,7	6,39	0,248

* Rayon de la Terre = 6380 km = $6{,}38 \times 10^6$ m.
** Masse de la Terre = $5{,}98 \times 10^{24}$ kg.
*** Pour les planètes, les données orbitales se rapportent à l'orbite autour du Soleil; pour les satellites, à l'orbite autour de la planète mère.