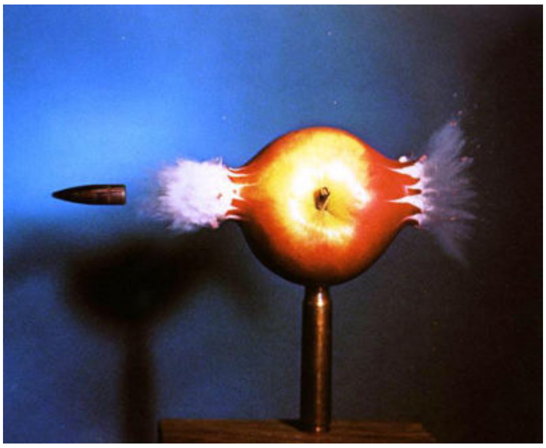
Athénée royal du Condroz Jules Delot
Ciney

Les lois de conservation
Energie



6ème générale
Physique 3h/semaine

Ir Jacques COLLOT

Table des matières

Lois de conservation

1. Savoirs

- Conservation de la quantité de mouvement dans un système isolé.
- Collisions, principe de relativité galiléen.
- Travail, énergie cinétique, énergie potentielle.
- Conservation et transformation d'énergie.

2. Compétences

- Résoudre les problèmes de collisions dans différents systèmes de référence inertiels.
- Utiliser le théorème de l'énergie cinétique.

3. Conservation de la quantité de mouvement

3.1 Rappel sur les lois de Newton[1]

3.1.1 Première loi ou principe d'inertie

Quand un solide de masse m, en mouvement est soumis à l'action d'un ensemble de forces dont la résultante $\vec{F}$ est <u>nulle</u>, il est animé d'un M.R.U (sa vitesse reste constante)

3.1.2 Deuxième loi ou loi fondamentale de la dynamique

Quand un solide de masse m est en mouvement sous l'action d'un ensemble de forces dont la résultante $\vec{F}$ est <u>constante</u> en grandeur, en direction et en sens, il est animé d'un M.R.U.V d'accélération $\vec{a}$ telle que :

$\vec{F} = m.\vec{a}$	F	Force en N
	m	Masse en kg
	a	Accélération en m/s^2

Rappelons aussi que :

$\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$	a	Accélération en m/s^2
	Δv	Variation de vitesse en m/s
	Δt	Durée en s

3.2 Impulsion et quantité de mouvement

Supposons que l'on fasse agir une force constante sur un corps de masse m pendant un certain temps (de t_o à t par exemple). Le corps voit sa vitesse passer de $\vec{v}_0$ à $\vec{v}$

[1] Issac Newton : Physicien et mathématicien anglais (1642 – 1727)

Dans ce cas, on peut écrire : $\vec{F} = m.\vec{a} = m\dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \rightarrow \vec{F}.\Delta t = m.\Delta \vec{v}$

Si l'on désire communiquer à un corps une même variation de vitesse $\Delta \vec{v}$, on peut soit

- ***faire agir une grande force pendant un temps court***
- ***faire agir une force plus petite pendant un temps plus long***

Ce qui importe c'est le produit $\vec{F}.\Delta t$

3.2.1 Impulsion

On définit le vecteur impulsion $\vec{I}$ de la force $\vec{F}$ pendant l'intervalle de temps Δt par le produit de la force $\vec{F}$ par le temps pendant lequel elle agit.

$\vec{I} = \vec{F}.\Delta t$	$\vec{I}$	Impulsion, en N/s
	$\vec{F}$	Force, en N
	Δt	Temps, en s

Il est important à ce stade de ne pas confondre le produit $\vec{F}\,.\,\vec{d}$ qui représente le travail fournit et le produit $\vec{F}\,.\,\Delta\,t$ qui représente le vecteur impulsion.

3.2.2 Quantité de mouvement d'un point de masse m

On définit le vecteur quantité de mouvement $\vec{p}$ d'un point matériel de masse m, animé d'une vitesse $\vec{v}$ par le produit $m.\vec{v}$

$\vec{p} = m.\vec{v}$	$\vec{p}$	Quantité de mouvement, en $kg.m/s$
	m	Masse, en kg
	$\vec{v}$	Vitesse, en m/s

Relation entre l'impulsion de force et la quantité de mouvement

$$\vec{F}.\Delta t = m.\Delta\vec{v} \quad \text{ou} \quad \vec{F}.\Delta t = m\left(\vec{v} - \vec{v}_0\right) = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{p} - \vec{p}_0$$

L'impulsion de la force est égale à la variation du vecteur q.d.m du corps qui subit cette force.

$\vec{F}.\Delta t = \vec{p} - \vec{p}_0$	$\vec{F}$	Force, en N
	Δt	Intervalle de temps, en s
	$\vec{p}$	QDM initiale, en $kg.m/s$
	$\vec{p}_0$	QDM finale

Le changement de la q.d.m dépend de la force $\vec{F}$ et du temps Δt pendant lequel elle agit.

Exemple

Soit une masse de 20 grammes, initialement au repos, soumise pendant 3 secondes à une force constante de 10^{-2} N. Calculer l'impulsion reçue et la vitesse finale de la masse.

Solution : $I = F.\Delta t = 10^{-2}.3 = 3.10^{-2}\ N.s \rightarrow p = I - p_0 = 3.10^{-2} kg.m/s \rightarrow v = \dfrac{p}{m} = \dfrac{3.10^{-2}}{20.10^{-3}} = 1.5\ m/s$

Exemple

Une balle de base-ball de 0.149 kg se déplace à une vitesse de 28 m/s vers le sud. Elle vient frapper un obstacle, se déforme momentanément pendant la collision qui dure 2 millisecondes, puis rebondit vers le nord à la vitesse de 46 m/s. Déterminer les modules de la quantité de mouvement avant et après la collision, la variation de quantité de mouvement, l'impulsion et la force qui a agit sur la balle.

Résolution

Quantité de mouvement avant la collision : $p_i = mv_i = 0.149 \times 28 = 4.2 \text{ kg.m/s}$.

Quantité de mouvement après la collision : $p_f = mv_f = 0.149 \times 46 = 6.9 \text{ kg.m/s}$.

Comme $\Delta p = p_f - p_i$, nous pouvons visualiser cette vectoriellement en prenant comme direction positive la direction sud-nord : $\Delta p = 6.9 - (-4.2) = 11 \text{ kg.m/s}$.

L'impulsion est égale à la variation de la quantité de mouvement : I = 11 kg.m/s

La force est donnée par : $F = \dfrac{I}{\Delta t} = \dfrac{11}{0.002} = 5500 \text{ N}$.

Le lanceur exerce sur la balle une force tout le long du trajet et pendant le plus longtemps possible. Plus le produit de $F.\Delta t$ est grand plus Δp est grande et plus la vitesse de lancement est grande. Ici le mouvement est illustré toutes les 1/100 de seconde. Plus la distance entre les positions successives de la balle est grande plus la vitesse de lancement est grande 	Un objet originalement au repos, avec p = 0, va partir dans la direction de l'impulsion, et acquérir une quantité de mouvement Δp = $F.\Delta t$. Ceci est le cas, par exemple, quand on frappe une balle de golf. Tant que le club est en contact avec la balle, la quantité de mouvement de celle-ci augmente. Une fois que la balle quitte le club, elle continue son vol selon la première loi de Newton, en mouvement uniforme et rectiligne, avec la quantité de mouvement acquise. 

TABLEAU 4.2 Paramètres caractéristiques des balles lancées de l'arrêt

Balle	Masse (kg)	Vitesse Acquise (m/s)	Temps d'impact (ms)
Base ball	0,149	39	1,25
Football (volée)	0,415	28	8
Balle de golf (coup de départ)	0,047	69	1
Hand-ball (tir au but)	0,061	23	12,5
Football (coup franc)	0,425	26	8
Balle de tennis (service)	0,058	51	4

Exemple

Une voiture roulant à la vitesse 20 m/s (72 km/h) entre en collision frontale avec un mur de briques. En supposant que le temps d'arrêt est de 0.10 s, calculer la force moyenne qui s'exerce sur un passage de 70 kg (et qui sera supporté par la ceinture de sécurité).

Résolution.

Ce problème de collision implique la masse, la vitesse, le temps et la force. Comme l'impulsion reçue est égale à la variation de la quantité de mouvement, on en déduit :

$$F.\Delta t = m.\Delta v \rightarrow F = \frac{m.\Delta v}{\Delta t} = \frac{70\times(-20)}{0.10} = -1.4\times 10^4 \text{ N}$$

C'est-à-dire le poids d'une masse de 1400 kg!!!.
Note : le signe – signifie que la force est dans la direction oppose à celle du mouvement initial/

3.3 Principe de conservation de la q.d.m

Soit un système isolé, c'est à dire

- ***un système où toutes les forces extérieures s'équilibrent***
- ***ou un système où la résultante des forces extérieures est nulle,***

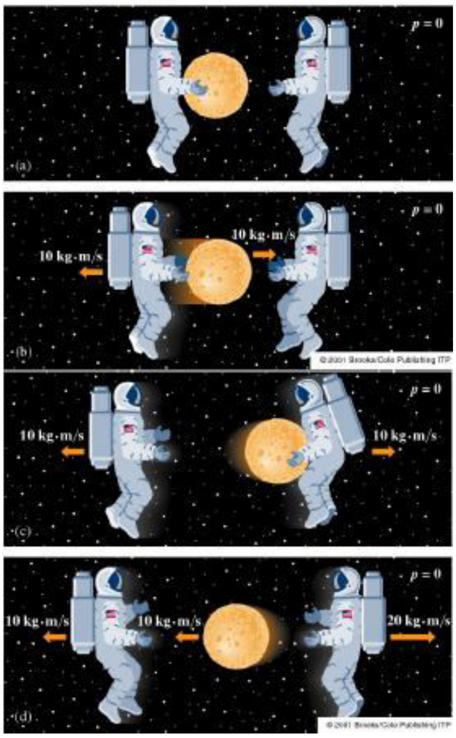
dans ce cas, la quantité de mouvement du système est constante ➔ $\vec{p} = \vec{p}_0$

Si l'impulsion totale est nulle alors
la quantité de mouvement totale est constante

☝ La q.d.m est un vecteur. Dire qu'un **vecteur est constant**, cela signifie qu'il garde **constant sa**

direction, son sens et sa grandeur !

Ce principe est illustré par la figure ci-contre. Considérons comme système deux astronautes jouant avec un ballon. Aucune force externe n'agit sur ce système ; sa quantité de mouvement totale est conservée. (a) Le système est initialement au repos, la quantité de mouvement est nulle. (b) Après le lancement du ballon, la quantité de mouvement du système est toujours nulle. (c) et elle reste nulle après la saisie du ballon. (d) le ballon est lancé à nouveau, la quantité de mouvement est encore et toujours nulle. Noter que nous ne connaissons pas la quantité de mouvement du ballon.



3.4 Vérification expérimentale du principe de conservation de la Q.D.M. lors d'une interaction

Examinons en détails la collision entre 2 boules de billard de masses différentes, toutes deux initialement en mouvement. *(voir photo stroboscopique)*

Les photos sont prises d'en haut et ce tous les 1/10 de seconde. ($\Delta t = 0{,}1$ s)
Les boules se déplacent de bas en haut avec des directions différentes, se heurtent et repartent en s'écartant de nouveau.
La masse $m_1 = 100$ g (masse de droite) et $m_2 = 50$ g (masse de gauche).

☝ *Pointer uniquement le centre des boules.*

Déterminer la vitesse de chaque boule en mesurant les distances parcourues entre chaque photo.
Appelons

V_1 : la vitesse de la boule 1 <u>avant</u> le choc
V_2 : la vitesse de la boule 2 avant le choc
V_1' : la vitesse de la boule 1 <u>après</u> le choc
V_2' : la vitesse de la boule 2 après le choc

1. Déterminer toutes ces vitesses.
2. Déterminer les vecteurs q.d.m (p_1 , p_2 , p'_1 , p'_2) des 2 billes avant et après le choc.
3. Représenter ces 4 vecteurs q.d.m sur votre feuille.
4. Représenter le vecteur **q.d.m total du système** <u>avant</u> et <u>après</u> la collision.
5. Concluez.

3.5 Principe de conservation de la Q.D.M. lors d'une interaction

Les expériences sur les vues stroboscopiques d'une collision entre 2 boules ont montré que :

Lors d'une interaction entre deux corps, il y a conservation de la quantité de mouvement totale du système. Cela signifie que la quantité de mouvement <u>totale</u> du système <u>avant</u> l'interaction est égale à la quantité de mouvement <u>totale</u> du système <u>après</u> l'interaction.

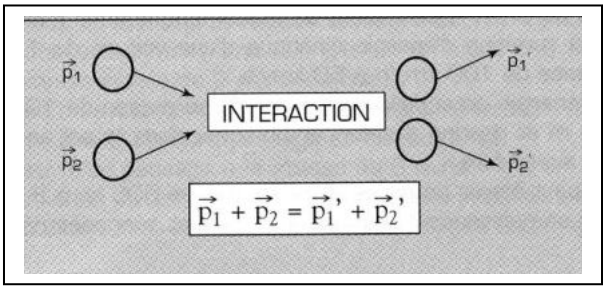
Ceci signifie également que lors d'une interaction, les forces qui interviennent ne sont pas des forces extérieures au système.
En effet lors du choc de m_1 sur m_2, il y a des forces d'interaction de 1 sur et de 2 sur 1
Appelons :

$$\left.\begin{array}{ll} \vec{F}_{12} & \text{La force qu'exerce } m_1 \text{ sur } m_2 \\ \vec{F}_{21} & \text{La force qu'exerce } m_1 \text{ sur } m_2 \\ \Delta t & \text{Le temps que dure le choc} \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} \vec{F}_{12}.\Delta t = \vec{p'}_2 - \vec{p}_2 \\ \vec{F}_{21}.\Delta t = \vec{p'}_1 - \vec{p}_1 \end{cases}$$

En faisant la somme membre à membre, on a:

$$\underbrace{\vec{F}_{12}.\Delta t + \vec{F}_{21}.\Delta t}_{=0} = \underbrace{\left(\vec{p'}_2 + \vec{p'}_1\right)}_{\text{QDM totale après le choc}} - \underbrace{\left(\vec{p}_2 + \vec{p}_1\right)}_{\text{QDM totale avant le choc}} = \vec{0} \rightarrow \boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

Les forces d'interaction doivent être égales et opposées. Ceci fut énonce par newton : a chaque action correspond une réaction égale et opposée.



Ces forces d'interaction constituent des forces dites internes au système et elles s'annulent toujours deux à deux. Les forces externes constituent donc les seules forces à prendre en considération pour écrire :

$$\boxed{\vec{F}\,\Delta t = \Delta \vec{p}}$$

Si ces forces extérieures sont nulles alors $\Delta \vec{p} = o$

Exemple

Le moteur d'une petite fusée éjecte 10 kg de gaz d'échappement par seconde. En supposant que ces molécules ont une vitesse moyenne de 600m/s, calculer la poussée de ce moteur.

Résolution

Nous savons qu'à chaque seconde, 10 kg de gaz subissent un accroissement de vitesse $\Delta v = 600$ m/s.

La poussé est directement donnée par : $F = \dfrac{m\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{10 \times 600}{1} = 6000 \text{ N}$

3.6 Chocs élastiques et inélastiques

3.6.1 Le choc élastique.

Le choc entre deux objets est élastique si les deux objets qui se rencontrent rebondissent sans subir

de déformation.

Plus les corps sont durs, moins il y a déformation et moins il y a perte d'énergie cinétique. Dans la limite d'un corps indéformable, on obtient une collision élastique. On dit qu'une collision est élastique quand la somme des énergies cinétiques des protagonistes reste inchangée, c'est à dire quand l'énergie cinétique est globalement conservée à elle seule.
Ainsi, les différents mobiles conservent des mouvements indépendants et deux principes de conservation sont vérifiés ; celui de la conservation de la quantité de mouvement et celui de la conservation de l'énergie cinétique.
Le choc entre deux boules de billard est considéré comme élastique.

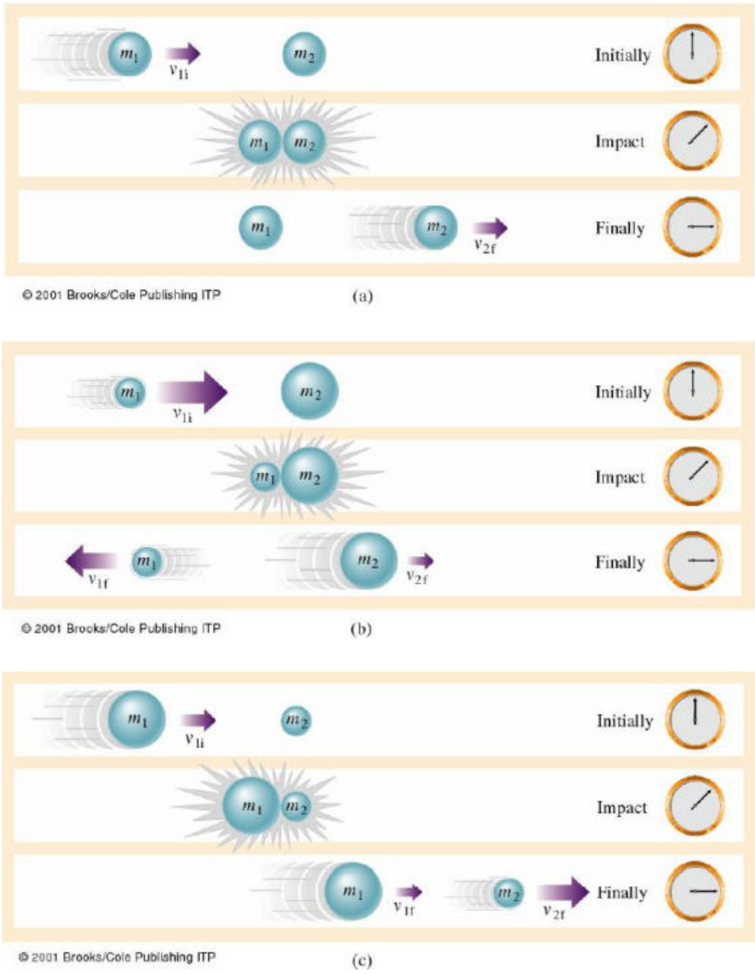


Figure 3.6.1 : Trois collisions élastiques d'une boule de masse m_1 et de vitesses v_1 avec une boule immobile de masse m_2. (a) Dans le cas $m_1 = m_2$, après le choc m_1 est immobile et m_2 se déplace avec une vitesse $v_{2f} = v_{2i}$ (c'est le « carreau » à la pétanque. (b) Dans le cas $m_1 < m_2$, après le choc les boules se déplacent en sens opposés. (c) Dans le cas $m_1 > m_2$, après le choc les deux boules se déplacent dans la même direction que celle de m_1 avant le choc ;

Exemple

Prenons la situation de la figure 3.6.1 (c). Considérons une boule (1) de masse 10 kg qui vient percuter avec une vitesse de 8 m/s une autre boule (2) de 5 kg initialement au repos. Déterminez les vitesses et la direction des boules après le choc.

Résolution

Avant le choc, la quantité de mouvement est : $p_i = m_1 v_1 = 10 \times 8 = 80 \text{ kg.m/s}$, et l'énergie mécanique totale du système est égale à l'énergie cinétique de la boule (1) :

$E = E_C = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 8^2 = 320 \text{ J}$. Cette énergie est conservée puisque le choc est élastique.

Nous pouvons écrire maintenant :

$$\left.\begin{cases} \left.\begin{matrix} E_1 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 = 5v_{1f}^2 \\ E_2 = \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 = 2.5v_{2f}^2 \end{matrix}\right\} \rightarrow E_1 + E_2 = 5v_{1f}^2 + 2.5v_{2f}^2 = 320 \\ \left.\begin{matrix} p_1 = 10v_{1f} \\ p_2 = 5v_{2f} \end{matrix}\right\} \rightarrow p_1 + p_2 = 10v_{1f} + 5v_{2f} = 80 \rightarrow v_{2f} = 16 - 2v_{1f} \end{cases}\right\} \rightarrow 15v_{1f}^2 - 160v_{1f} + 320 = 0$$

La résolution de cette équation donne $v_{1f} = 2.67$ m/s d'où $v_{2f} = 10.67$ m/s.

Les deux boules roulent dans le sens de la boule initiale.

3.6.2 Le choc inélastique.

Le choc est inélastique dans le cas où les mobiles qui se rencontrent subissent des déformations permanentes où une partie de l'énergie cinétique est utilisée pour la déformation.

Ainsi seul le principe de conservation de la quantité de mouvement est vérifié. Par exemple, le choc entre deux véhicules est considéré comme inélastique. La plus grande partie de l'énergie cinétique se transforme en énergie thermique lors du choc. Le pare-choc augmente le temps de la collision, diminuant ainsi la force exercée sur la voiture.

Note : Les corps macroscopiques subissent toujours des chocs plus ou moins inélastiques. Il arrive habituellement que la configuration du système change et que de l'énergie thermique. Mêmes les objets les plus rigides convertissent une certaine petite quantité d'énergie cinétique en énergie thermique. Pour être précis, seules les particules subatomiques peuvent subir des chocs élastiques.

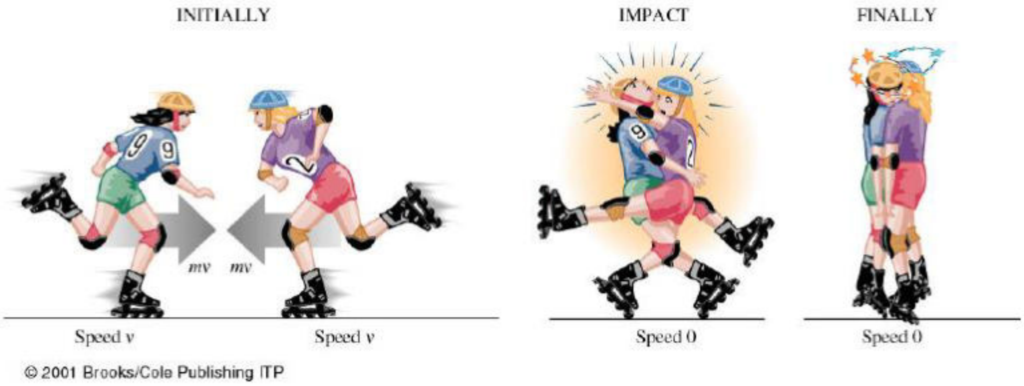
3.6.3 Le choc mou.

Le choc est dit mou si les 2 mobiles qui se rencontrent restent accrochés l'un à l'autre.

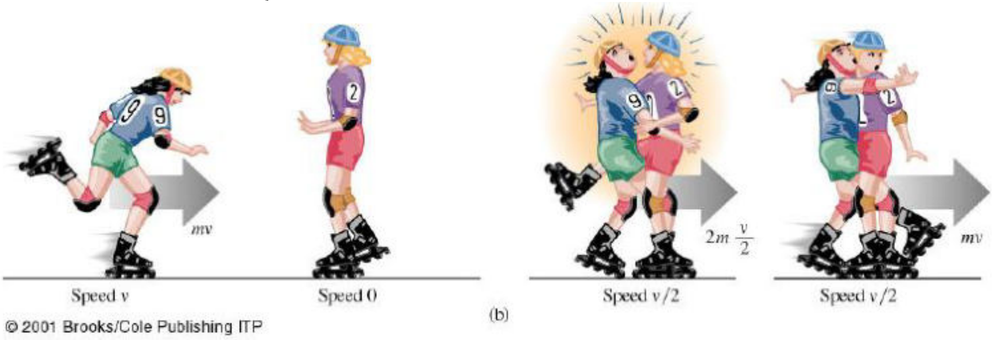
La collision complètement inélastique, ou parfaitement molle est le cas extrême, où les objets qui entrent en collision restent soudés et toute l'énergie cinétique est transformée. Un choc entre deux voitures, un insecte qui vient frapper le pare-brise d'une voiture, ou un neutron absorbé par un noyau lourd sont des exemples de collisions inélastiques. La quantité de mouvement est conservée, l'énergie cinétique est partiellement ou complètement transformée en formes non-cinétiques.

Considérons deux patineuses de même **masse**

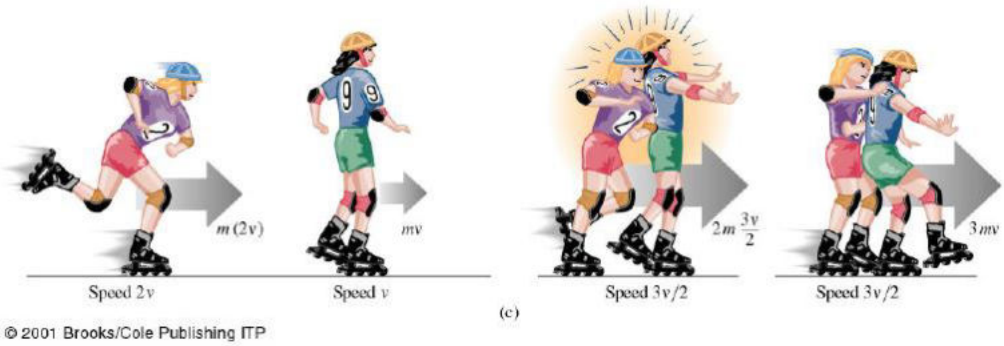
a) Elles s'élancent, l'une vers l'autre avec la même vitesse *v*. La QDM avant le choc est nulle. Après le choc, la QDM reste nulle et les patineuses restent sur place.



b) L'une arrive à la vitesse *v*, mais l'autre est au repos. Les deux patineuses restent collées et continuent à la vitesse *v*/2. La QDM est conservée.



c) Elles vont toutes les deux dans la même direction, l'une à la vitesse *v* et l'autre à la vitesse 2*v*. Après le choc, elles continuent à la vitesse 3*v*/2. La QDM est conservée



Exemple

Au cours d'un match de football par temps de pluie, un joueur (1) de 854 N (87 kg) possédait le ballon, quand il a été méchamment heurté par un autre joueur (2) de 1281 N (130 kg) le chargeant à la vitesse de 6.10 m/s. (a) A quelle vitesse les deux homme emmêlés, partent en glissant sur le terrain mouillé ? On supposera que le frottement est négligeable et que le choc est frontal. (b) Quelle est l'énergie mécanique perdue dans cette collision ?

Résolution.

(a) Comme les deux joueurs n'ont pas rebondi l'un sur l'autre, cette collision est complètement inélastique ; la quantité de mouvement est conservée, mais ni l'énergie mécanique totale *E*, ni l'énergie cinétique E_C ne sont conservées.

Par conséquent, $p_i = p_f \rightarrow m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$. (Indice *i* pour initial et *f* pour final).

En prenant le sens du mouvement initial comme positif, nous avons :

$$0+\frac{1281}{9.81}\times 6.10=\left(\frac{854}{9.81}+\frac{1281}{9.81}\right).v_f \rightarrow v_f=3.7 \text{ m/s}$$

Après le choc, les deux joueurs se déplacent dans le sens positif (celui de l'attaquant).

(b) L'énergie potentielle ne change pas dans le choc, à condition qu'aucun joueur ne tombe, mais l'énergie cinétique varie car :

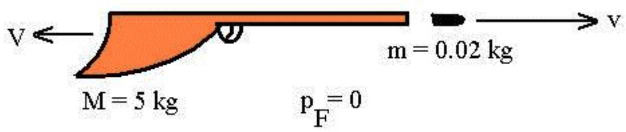
$$E_{ci}=\frac{1}{2}m_2 v_{2i}^2=2.4 \text{ kJ} \quad \text{tandis que} \quad E_{Cf}=\frac{1}{2}\left(m_1+m_2\right)v_f^2=1.5 \text{ kJ}$$

Donc une énergie de 0.9 kJ a été transformée, surtout en énergie thermique. Ce problème a une seule inconnue et peut être résolu en n'utilisant qu'une équation : la conservation de la quantité de mouvement.

3.7 Applications du principe de conservation

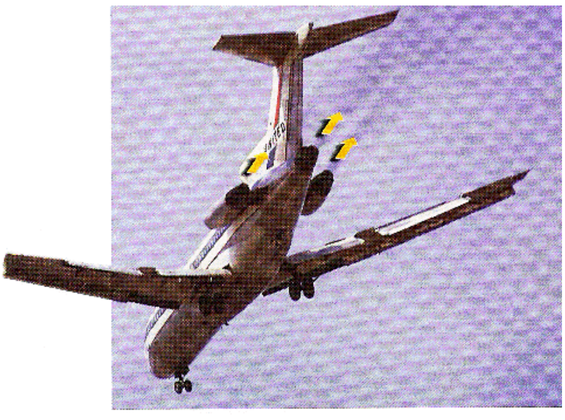
De nombreux phénomènes courants s'expliquent par le principe de conservation de la quantité de mouvement.

Exemple : **Recul d'un fusil.**

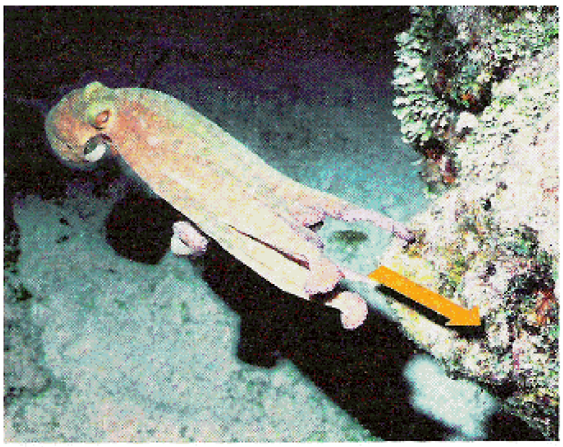


Le recul d'une *arme à feu* s'explique à partir du même principe. Avant le tir, le système « canon-poudre-obus » possède une quantité de mouvement nulle car tout est au repos. Les gaz provenant de la combustion exercent alors simultanément une force d'impulsion sur l'obus et sur le canon. L'obus est éjecté et le canon recule. Comme les impulsions sont opposées, les quantités de mouvement le sont aussi. La quantité de mouvement totale du système est nulle et le principe de conservation est vérifié.

Autres exemples



Un avion à réaction aspire l'air atmosphérique et l'expulse à grande vitesse ; ce qui pousse l'avion. Les moteurs poussent le gaz vers l'arrière et le gaz pousse les moteurs vers l'avant. La quantité de mouvement totale du gaz vers l'arrière est égale, en module, à la quantité de mouvement de l'avion vers l'avant.



La pieuvre et le calmar peuvent s'accélérer rapidement en éjectant un courant d'eau vers l'arrière, exactement comme un avion à réaction. L'animal pousse le courant d'eau et le courant d'eau repousse l'animal.

4. Conservation de l'énergie

4.1 Rappels des notions de travail, d'énergie potentielle, d'énergie cinétique et de puissance

Le travail W d'une force F qui déplace son point d'application sur une distance d est : $W = F.d$
L'énergie potentielle d'un corps de masse m placée à une hauteur h est : $E_P = mgh$

L'énergie cinétique d'un corps de masse m qui se déplace à la vitesse v est : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

L'énergie mécanique d'un corps est : $E = E_p + E_c$
Toutes ces grandeurs se mesurent en joule (J)

La puissance P d'une machine qui effectue un travail W en un temps t est : $P = \frac{W}{t}$ en watt (W)

4.2 Principe de conservation de l'énergie

Dans un système isolé (système dans lequel les frottements sont nuls), l'énergie mécanique d'un corps est constante. L'énergie peut changer de forme mais la somme des différentes formes d'énergie est toujours la même.

Ainsi lors de la chute d'un corps, on observe la transformation de l'énergie potentielle de départ en énergie cinétique et ce pendant toute la chute mais l'énergie mécanique totale (E = Ep + Ec) reste inchangée ou constante. (Figure 2.2.1)

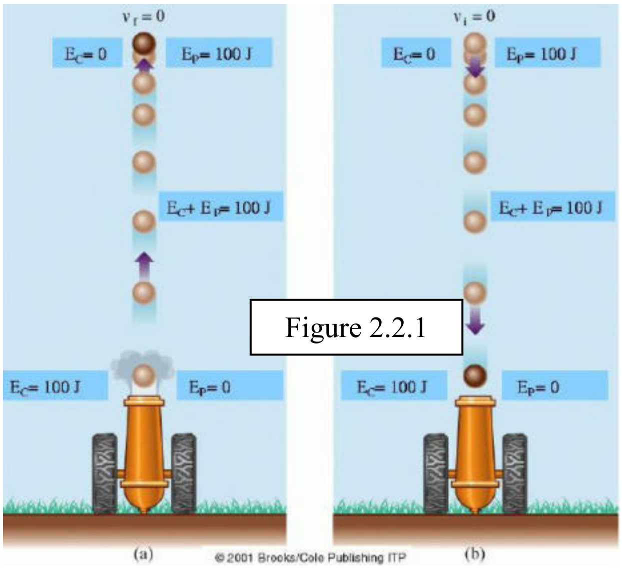
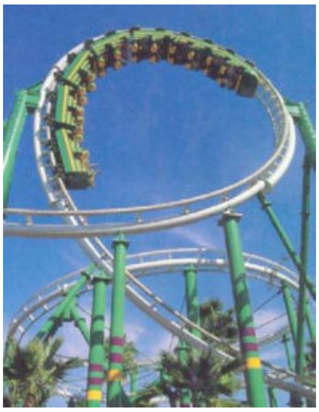


Figure 2.2.1

Les applications de ce principe sont innombrables: le sauteur en hauteur ou à la perche, la balançoire, la balle magique, les centrales hydroélectriques, les lancers vers le haut....Toutefois, l'analyse de situations réelles montre toutes les limites de ce principe si nous voulons l'appliquer dans toute sa rigueur.

A ce propos, l'exemple du parachutiste est édifiant. Peu après l'ouverture du parachute, nous savons que la chute se poursuit à une vitesse stabilisée, donc l'énergie cinétique ne varie plus. Pourtant, la chute continue et l'énergie potentielle du parachutiste diminue sans cesse. Ainsi, l'énergie mécanique totale du système n'est pas constante.
En réalité, les frottements ne sont pas négligeables, ils sont même prépondérants dans ce cas.



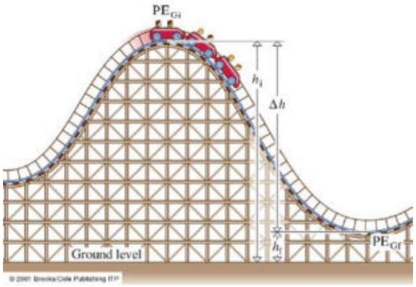


Figure 2.2.2 (a) et (b) : L'existence de frottements impose que dans les montagnes russes, la hauteur atteinte par les chariots est de moins en moins haute. La hauteur au départ est donc la plus élevée.

L'énergie mécanique est progressivement convertie en énergie thermique qui se manifeste par un échauffement local de l'air autour du parachutiste. L'énergie est toujours conservée mais cette fois, le système n'est plus isolé puisqu'il échange de la chaleur avec le milieu extérieur.

Le principe énoncé ci-dessus est bien correct mais il ne s'applique rigoureusement que pour des cas idéalisés rarissimes. En effet, pour n'importe quel mouvement qui se produit dans l'air, les forces de frottements ont pour conséquence de diminuer l'énergie mécanique totale. C'est pourquoi de nombreuses recherches de mise au point de nouveaux matériaux et de formes aérodynamiques avantageuses se sont particulièrement développées dans les domaines du sport et du transport.

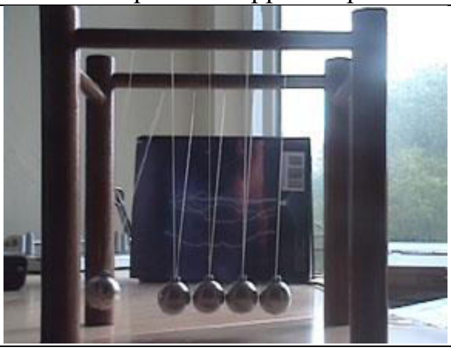
Nous devons donc revoir le principe de conservation de l'énergie et le généraliser au cas plus réel où de l'énergie thermique est échangée avec le milieu extérieur au corps considéré:

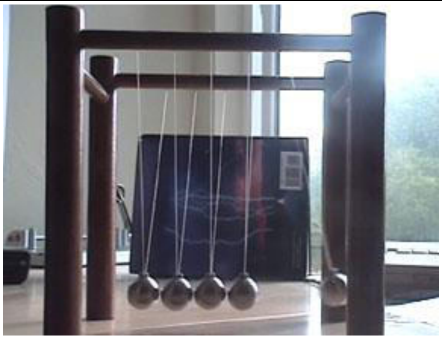
$$\boxed{E_{tot} = E_p + E_c + W_{F_f} = \text{Constante}}$$

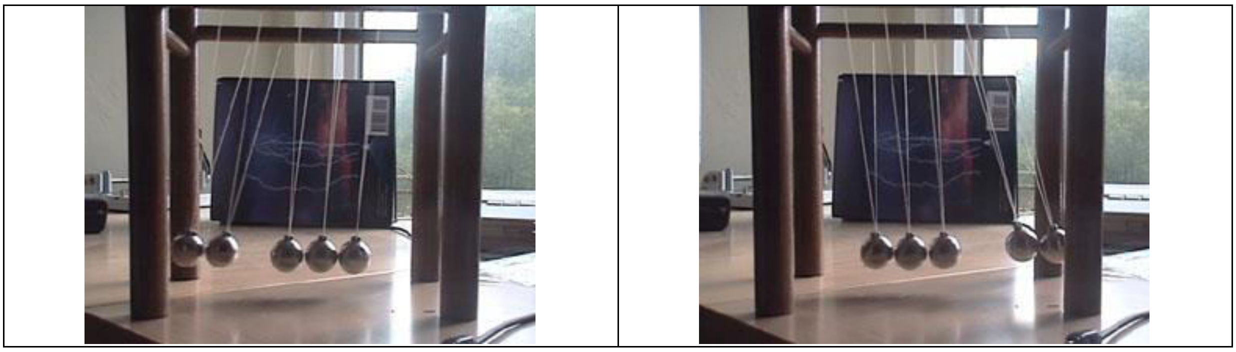
Où W_{F_f} représente le travail des forces de frottement

4.3 Le pendule de Newton

Le *gadget* de *bureau* est constitué de 6 billes d'acier identiques suspendues. Soulevons 1 bille à une extrémité qui vient frapper la deuxième. Après une succession de collisions, la dernière bille est projetée vers l'extérieur. Soulevons 2 billes à une extrémité: les 2 dernières billes sont projetées vers l'extérieur, alors que les autres restent immobiles. La quantité de mouvement emportée par les billes 5 et 6 est la même que celle apportée par les billes 1 et 2.







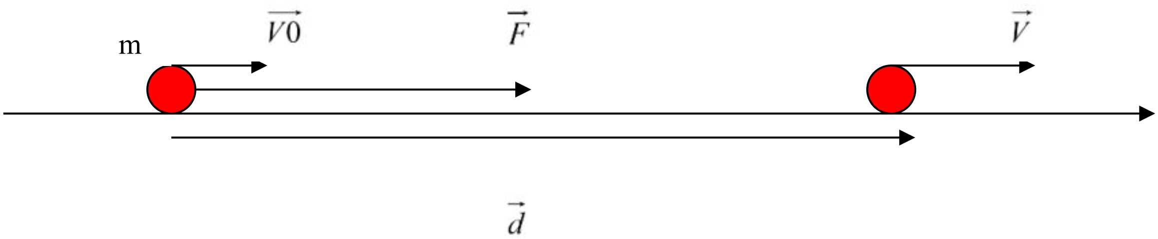
Montrons que cette expérience implique la conservation de la quantité de mouvement **et** de l'énergie. Comment ce fait-il que l'impact d'une bille entraîne la projection d'une seule bille et pas de deux ou plusieurs.

Supposons donc que l'impact d'une bille à la vitesse v provoque la mise en mouvement de n billes, ($n \in \{1,2,3,4,5\}$), à la vitesse v'. Puisqu'il s'agit d'un choc parfaitement élastique, la conservation de la quantité de mouvement p et de l'énergie E_c doit être respectée.

$$\begin{cases} p = mv = nmv' \\ E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}nmv'^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v' = \frac{v}{n} \\ v^2 = nv'^2 \end{cases} \rightarrow v^2 = n\left(\frac{v}{n}\right)^2 \rightarrow 1 = \frac{1}{n} \rightarrow n = 1$$

Autrement dit, la seule solution est qu'une seule bille soit mise en mouvement. On peut vérifier le même résultat pour deux billes, et trois billes.

5. Théorème de l'énergie cinétique



$$F.\,d = m\,.a\,[\,V_0.t + \frac{1}{2}at^2]$$ car le corps est en MRUA

$$F.\,d = m.\,\frac{V - V_0}{t}.[\,V_0.\,t + \frac{1}{2}.\frac{V - V_0}{t}.\,t^2]$$ car par définition $a = \frac{V - V_0}{t}$

$$F.\,d = m(V - V_0).[\,V_0 + \frac{1}{2}.\,(V - V_0)\,] = \frac{m}{2}(V - V_0)(V + V_0)$$

$$F.\,d = \frac{m}{2}(V^2 - V_0^2) \rightarrow W = \frac{1}{2}\,mV^2 - \frac{1}{2}\,mV_0^2 \rightarrow \boxed{W = E_{c\,finale} - E_{c\,initiale}}$$

Le travail d'une force est égal à la variation d'énergie cinétique du corps

Lorsqu'on lâche un objet, la force poids entraîne l'objet et effectue un travail, le travail de cette force est positif ou moteur et est égal au gain d'énergie cinétique.

Lorsqu'un objet est lancé vers le haut ; la force poids de l'objet freine son ascension. Dans ce cas l'énergie cinétique diminue et le travail de la force poids est négatif ou résistant.

Généralisation du théorème

Si on est en présence des forces de frottements F_f, alors il faut tenir compte de leur travail qui est résistant. Dans ce cas, le théorème se généralise et prend la forme suivante :

$$\boxed{\left(F-F_f\right).d=\frac{mV^2}{2}-\frac{mV_0^2}{2}}$$

La somme des travaux positif et négatif des forces appliqués à un corps est égale à la variation d'énergie cinétique du corps.

Les forces en question sont les forces qui sont dans la direction du mouvement.

6. Exercices sur les lois de conservation

6.1 Quantité de mouvement et impulsion

1. On pousse un corps avec une force de 3N pendant 0,5s. Quelle est l'impulsion communiquée au corps ? (Rep : 1,5 N.s)

2. Un avion a une masse de 50000 kg et une vitesse de croisière de 700 km/h. Ses moteurs fournissent une force moyenne globale de 70000 N. Si la résistance de l'air est négligée, combien lui faut-il de temps pour atteindre sa vitesse de vol en partant du repos ? (Rep : 2mim19s)

3. Quelle est la grandeur de l'impulsion qui communique à une masse de 8kg une variation de vitesse de 4 m/s ? (Rep : 32N.s)

4. Supposons que vous lanciez une balle contre un mur et que vous la rattrapiez avant qu'elle ne touche le sol. (négliger l'effet de la pesanteur)
   Combien d'impulsions ont été appliquées à la balle ?
   Quelle étaient la plus grande de ces impulsions ? (Rep : 3 , le rebondissement)

5. Quelle est la force nécessaire pour arrêter un marteau en 0,05s si celui-ci a une masse de 3 kg et une vitesse de 8 m/s ?
   Représenter le sens de la force qui agit sur le marteau (Rep : 480 N)

6. Un objet d'une masse de 10 kg se déplace le long d'une droite avec une vitesse constante de 4 m/s. Une force constante s'exerce sur lui pendant 4s lui communiquant une nouvelle vitesse de - 2 m/s.
   Calculer l'impulsion reçue par l'objet
   Représenter la grandeur et le sens de la force qui agit
   Calculer la q.d.m de l'objet avant et après l'action de cette force
   (Rep : -60Ns / 40 kg m/s / -20 kg m/s)

7. Un enfant de 50 kg et un homme de 80kg se tiennent debout, l'un contre l'autre sur une patinoire. L'enfant pousse l'homme et celui-ci recule avec une vitesse de 0,25 m/s. Quelle est la vitesse de l'enfant et dans quel sens se déplace-t-il ? (Rep : 0,4m/s)

8. Deux masses de 16kg et de 4kg se rapprochent l'une de l'autre avec des vitesses de 3m/s et de 5m/s. Après l'impact, elles restent soudées ensemble. Trouver la vitesse de la masse issue de la collision. (Rep : 1,4m/s)

9. Un astronaute se trouve « au repos » dans l'espace par rapport à son vaisseau spatial. Son poids est de 115 N. Il lance un objet dont le poids est de 10N avec une vitesse de 5m/s par rapport au faisceau. A quelle vitesse se déplace l'astronaute par rapport au vaisseau si g = 1,5 m/s² à cette altitude ? (Rep: 0,46 m/s)

10. Une voiture de 9800 N heurte une palissade à la vitesse de 10 m/s et parvient à l'arrêt en 1 s. Quelle est la force moyenne appliquée à la voiture durant ce choc ? {Rep :9800 N}.

11. Une balle de 200 g est lancée sur un frappeur avec une vitesse de 12 m/s. Quand celui-ci frappe, la balle repart en sens inverse avec une vitesse de 18 m/s. Trouver la force qu'exerce le bâton sur la balle en supposant qu'elle agisse pendant 0,01 s. {Rep : 600 N}

12. Un revolver braqué horizontalement tire une balle de 8 g qui pénètre dans un bloc de bois libre de se déplacer. Après l'impact, la balle et le bloc se déplacent ensemble à la vitesse de 0,4 m/s.
Trouver la vitesse de la balle avant le choc si le bloc a une masse de 8 kg. (Rep :400,5 m/s)

13. Un fusil de 5 kg tire une balle de 15 g avec une vitesse de 600 m/s. Trouver la vitesse de recul du fusil. {Rep : 1,8 m/s}

14. Un patineur de 40 kg se déplaçant à 4 m/s se dirige vers un autre patineur de 60 kg qui se déplace en sens inverse à la vitesse de 2 m/s. Ils entrent en collision et restent en contact.
Quelle est leur vitesse et dans quel sens se déplacent-ils ? {Rep : + 0,4 m/s}.

15. Une fusée de masse 1200 kg se déplace en M.R.U. avec une vitesse de 180 m/s. Elle est composée de 2 parties. A un instant donné, l'étage 2 de masse 450 kg se détache de la partie 1, la vitesse de l'étage 2 étant portée à 195 m/s. Que devient la vitesse de partie 1 ? {Rep : 171 m/s}.

6.2 Conservation de l'énergie + Th. E_c

1. Un corps de 2 kg tombe sans vitesse initiale d'une hauteur de 15 m. Trouver sa vitesse avant de toucher le sol (on suppose que les frottements sont nuls) (rép : 17m/s)

2. La masse d'une balle de fusil est de 15g. Elle sort du canon, long de 70 cm avec une vitesse de 600 m/s. Calculer:
   . l'énergie cinétique de la balle (rép : 2700J)
   . la force supposée constante qui agit sur la balle. (rép : 3857N)

3. Calculer la longueur du canon lançant des obus de 40 kg à la vitesse de 600 mis sachant que la force agissant sur l'obus est = 1440000 N. (rép : 5m)

4. Une arme anti-aérienne a 3 m de long. Le projectile de 3 kg est lancé avec une force de 20000N. Calculer:
   . l'énergie cinétique du projectile (rép : 60000J)
   . la vitesse du projectile à la sortie du canon. (rép : 200mls)

5. Quelle force de freinage faut-il exercer pour arrêter un véhicule d'une tonne animé d'une vitesse de 90 km/h sur un trajet de 60 m ? (rép : 5208 N).

6. Un véhicule de 2 tonnes roule à 60 km/h sur une route horizontale et s'arrête par freinage sur une

distance de 60 m. Calculer

. la force de freinage (rép : 4630 N)

. la force de freinage si les frottements de l'air sont de 150 N (rép : 4480N)

7. Un skieur part sans vitesse initiale et descend une pente de 10 %, longue de 200m. Si les frottements sont nuls, calculer la vitesse en bas. (rép : 19.8 m/s)

8. Une voiture de 1200kg aborde à la vitesse de 25m/s, une descente de 400m inclinée de 5°. Les forces de frottements étant nulles, avec quelle vitesse va-t-elle arriver en bas?

(Rép : 36,2m/s)

. Si les frottements = 1/30 du poids du véhicule, calculer la vitesse en bas. (Rép : 32,3 m/s)

. Calculer la force motrice à appliquer pour que la voiture arrive en bas avec une vitesse de120 km/h (Rép : 92N)

9. Un plan incliné de l0m de long fait avec l'horizontal un angle de 20°. Avec quelle vitesse faut-il lancer un corps de 3kg du bas du plan pour qu'il arrive au sommet avec une vitesse de 1m/s ? (Rép : 8.2m/s)

10. Un avion de masse m = 1600 kg, se pose sur une piste horizontale. Il parcourt 200 m avant l'arrêt. Le moteur est arrêté, le freinage par les roues développe une force horizontale de 4000N. Un freinage supplémentaire de 6000 N est réalisé par un parachute. Calculer la vitesse de l'avion lors de son arrivée sur la piste. (Rép : 180 km/h)

11. Une force horizontale de 10 N s'exerce sur un patin à roulettes de 2 kg initialement immobile sur une surface parfaitement lisse. Le patin couvre une distance de 3 m pendant qu'il est soumis à la force.

a) Quel est le travail effectué?

b) Que vaut l'énergie transmise au patin?

c) Quelle est la vitesse du patin après l'action de la force?

(Rép : 30J / 30 J / 5,48 m/s)

12. Une piste de descente olympique longue de 3 km présente un dénivelé de 900 m entre le départ et l'arrivée. Calculez:

a) la variation d'énergie potentielle d'un skieur de 80 kg

b) l'énergie mécanique totale du skieur si les frottements sont négligés

c) la vitesse acquise dans ce cas par le skieur au bas de la descente.

d) L'hypothèse des frottements négligeables vous semble-t-elle vraisemblable? Justifiez.

(Rép : $7{,}2.10^5$J / $7{,}2.10^5$ J / 482 km/h)

6.3 Exercices résolus

1. On pousse un corps avec une force de 3N pendant 0,5 s. Quelle est l'impulsion communiquée au corps ?

   Résolution : $I = F.\Delta t = 3\times 0.5 = 1.5\ N.S$

2. Un avion a une masse de 50000 kg et une vitesse de croisière de 700 km/h. Ses moteurs fournissent une force moyenne de 70000 N. Si la résistance de l'air est négligée, combien lui faut-il de temps pour atteindre sa vitesse de vol en partant du repos.

   Résolution : $I = F.\Delta t = m.\Delta v \rightarrow \Delta t = \dfrac{m\Delta v}{F} = \dfrac{50000\left(\dfrac{700}{3.6}\right)}{70000} = 139\ \text{s} = 2\ \text{min}\,19\text{s}$

3. Quelle est la grandeur de l'impulsion qui communique à une masse de 8kg une variation de vitesse de 4 m/s

   Résolution : $I = m\Delta v \rightarrow I = 8 \times 4 = 32$ N.s

4. Supposons que vous lanciez une balle contre un mur et que vous la rattrapiez avant qu'elle ne touche le sol. (négliger l'effet de la pesanteur)
   a) Combien d'impulsions ont été appliquées à la balle ?
   b) Quelle était la plus grande de ces impulsions ?

   a) 3 impulsions : le lancer, le rebondissement sur le mur, la réception.

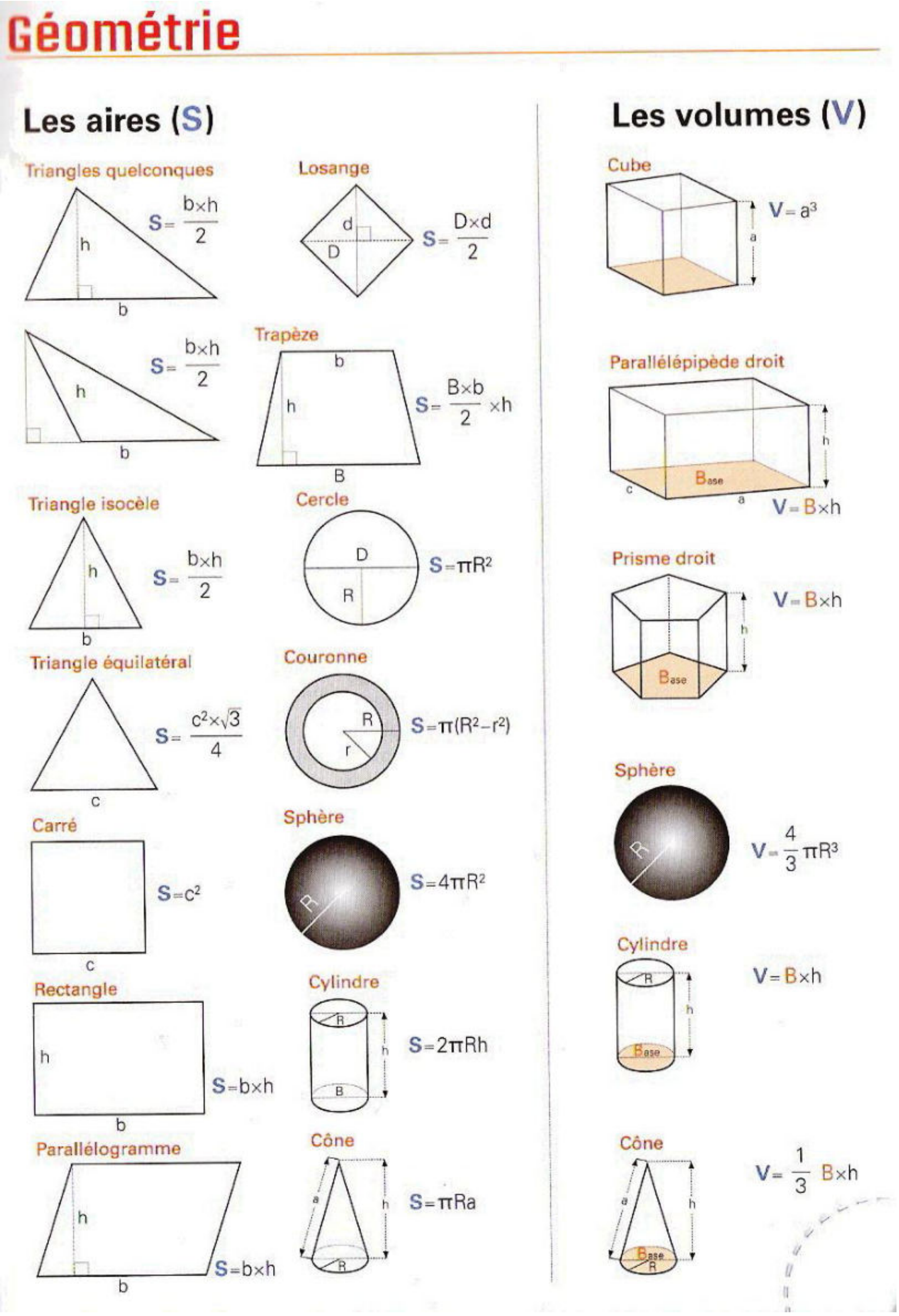
   b) Le rebondissement sur le mur puisque la vitesse change de sens.

5. Quelle est la force nécessaire pour arrêter un marteau en 0.05 s si celui-ci a une masse de 3 kg et une vitesse de 8 m/s ?

   Résolution : $I = F.\Delta t = m\Delta v \rightarrow F = \dfrac{m\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{3 \times 8}{0.05} = 480$ N

Annexes

Géométrie



Mathématique

Formules mathématiques*

Géométrie

Triangle de base b et de hauteur h	Aire $= \frac{1}{2}bh$	
Cercle de rayon r	Circonférence $= 2\pi r$	Aire $= \pi r^2$
Sphère de rayon r	Aire de la surface $= 4\pi r^2$	Volume $= \frac{4}{3}\pi r^3$
Cylindre de rayon r et de hauteur h	Aire de la surface courbe $= 2\pi rh$	Volume $= \pi r^2 h$

Algèbre

Si $ax^2 + bx + c = 0$, alors $\quad x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Si $x = a^y$, alors $y = \log_a x$; $\quad \log(AB) = \log A + \log B$

Produits vectoriels

Produit scalaire : $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = AB\cos\theta$

$$= A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

Produit vectoriel :

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = (A_x\vec{\mathbf{i}} + A_y\vec{\mathbf{j}} + A_z\vec{\mathbf{k}}) \times (B_x\vec{\mathbf{i}} + B_y\vec{\mathbf{j}} + B_z\vec{\mathbf{k}})$$
$$= (A_yB_z - A_zB_y)\vec{\mathbf{i}} + (A_zB_x - A_xB_z)\vec{\mathbf{j}} + (A_xB_y - A_yB_x)\vec{\mathbf{k}}$$

Trigonométrie

$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$; $\quad \cos(90° - \theta) = \sin\theta$

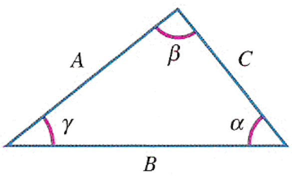
$\sin(-\theta) = -\sin\theta$; $\quad \cos(-\theta) = \cos\theta$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$; $\quad \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$

$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$

$$\sin A \pm \sin B = 2\sin\left(\frac{A \pm B}{2}\right)\cos\left(\frac{A \mp B}{2}\right)$$



Loi des cosinus $\quad C^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\gamma$

Loi des sinus $\quad \dfrac{\sin\alpha}{A} = \dfrac{\sin\beta}{B} = \dfrac{\sin\gamma}{C}$

Approximations du développement en série (pour $x \ll 1$)

$(1 + x)^n \approx 1 + nx \qquad \sin x \approx x - \dfrac{x^3}{3!}$

$e^x \approx 1 + x \qquad \cos x \approx 1 - \dfrac{x^2}{2!} \quad$ (x en radians)

$\ln(1 \pm x) \approx \pm x \qquad \tan x \approx x - \dfrac{x^3}{3}$

* Une liste plus complète est donnée à l'annexe B.

Constantes physiques

Constantes physiques

Nom	Symbole	Valeur approchée	Valeur précise*
Charge élémentaire	e	$1{,}602 \times 10^{-19}$ C	$1{,}602\ 177\ 33(49) \times 10^{-19}$ C
Constante de Boltzmann	$k = R/N_A$	$1{,}381 \times 10^{-23}$ J/K	$1{,}380\ 658(12) \times 10^{-23}$ J/K
Constante de gravitation	G	$6{,}672 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$	$6{,}672\ 59(85) \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$
Constante de la loi de Coulomb	$k\ (= 1/4\pi\varepsilon_0)$	$9{,}00 \times 10^{9}\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$	$8{,}987\ 551\ 8 \times 10^{9}\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$
Constante de Planck	h	$6{,}626 \times 10^{-34}$ J·s	$6{,}626\ 075\ 5(40) \times 10^{-34}$ J·s
Constante des gaz parfaits	R	8,314 J/(K·mol)	8,314 510(70) J/(K·mol)
Masse de l'électron	m_e	$9{,}109 \times 10^{-31}$ kg	$9{,}109\ 389\ 7(54) \times 10^{-31}$ kg
Masse du proton	m_p	$1{,}672 \times 10^{-27}$ kg	$1{,}672\ 623\ 1(10) \times 10^{-27}$ kg
Nombre d'Avogadro	N_A	$6{,}022 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$	$6{,}022\ 136\ 7(36) \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$
Perméabilité du vide	μ_0	–	$4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}$ (exacte)
Permittivité du vide	$\varepsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2)$	$8{,}854 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/(N \cdot m^2)}$	$8{,}854\ 187\ 818 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/(N \cdot m^2)}$
Unité de masse atomique	u	$1{,}661 \times 10^{-27}$ kg	$1{,}660\ 540\ 2(10) \times 10^{-27}$ kg
Vitesse de la lumière dans le vide	c	$3{,}00 \times 10^{8}$ m/s	$2{,}997\ 924\ 58 \times 10^{8}$ m/s (exacte)

* E. Richard Cohen et B. N. Taylor, *Reviews of Modern Physics*, vol. 59, n° 4, octobre 1987, p. 1121. Les nombres entre parenthèses indiquent l'incertitude sur les deux derniers chiffres.

Abréviations des unités courantes

Ampère	A	Kelvin	K
Année	a	Kilocalorie	kcal (Cal)
Ångström	Å	Kilogramme	kg
Atmosphère	atm	Livre	lb
British thermal unit	Btu	Mètre	m
Candela	cd	Minute	min
Coulomb	C	Mole	mol
Degré Celsius	°C	Newton	N
Degré Fahrenheit	°F	Ohm	Ω
Électronvolt	eV	Pascal	Pa
Farad	F	Pied	pi
Gauss	G	Pouce	po
Gramme	g	Seconde	s
Henry	H	Tesla	T
Heure	h	Unité de masse atomique	u
Horse-power	hp	Volt	V
Hertz	Hz	Watt	W
Joule	J	Weber	Wb

Données d'usage fréquent

Terre		
Rayon moyen		$6{,}37 \times 10^{6}$ m
Masse		$5{,}98 \times 10^{24}$ kg
Distance moyenne au Soleil		$1{,}50 \times 10^{11}$ m
Lune		
Rayon moyen		$1{,}74 \times 10^{6}$ m
Masse		$7{,}36 \times 10^{22}$ kg
Distance moyenne à la Terre		$3{,}84 \times 10^{8}$ m
Soleil		
Rayon moyen		$6{,}96 \times 10^{8}$ m
Masse		$1{,}99 \times 10^{30}$ kg
Accélération de chute libre (g), valeur recommandée		9,806 65 m/s^2
Pression atmosphérique normale		$1{,}013 \times 10^{5}$ Pa
Masse volumique de l'air (à 0°C et 1 atm)		1,293 kg/m^3
Masse volumique de l'eau (entre 0°C et 20°C)		1000 kg/m^3
Chaleur spécifique de l'eau		4186 J/(kg·K)
Vitesse du son dans l'air	(0°C)	331,5 m/s
à la pression atmosphérique normale	(20°C)	343,4 m/s

Préfixes des puissances de dix

Puissance	Préfixe	Abréviation	Puissance	Préfixe	Abréviation
10^{-18}	atto	a	10^{1}	déca	da
10^{-15}	femto	f	10^{2}	hecto	h
10^{-12}	pico	p	10^{3}	kilo	k
10^{-9}	nano	n	10^{6}	méga	M
10^{-6}	micro	µ	10^{9}	giga	G
10^{-3}	milli	m	10^{12}	téra	T
10^{-2}	centi	c	10^{15}	péta	P
10^{-1}	déci	d	10^{18}	exa	E

Symboles mathématiques

$\propto$	est proportionnel à
$>$ ($<$)	est plus grand (plus petit) que
$\geq$ ($\leq$)	est plus grand (plus petit) ou égal à
$\gg$ ($\ll$)	est beaucoup plus grand (plus petit) que
$\approx$	est approximativement égal à
Δx	la variation de x
$\sum_{i=1}^{N} x_i$	$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_N$
$\lvert x \rvert$	le module ou la valeur absolue de x
$\Delta x \to 0$	Δx tend vers zéro
$n!$	factorielle n : $n(n-1)(n-2) \ldots 2 \times 1$

sq

Facteurs de conversion

Longueur
1 po = 2,54 cm (exactement)
1 m = 39,37 po = 3,281 pi
1 mille (mi) = 5280 pi = 1,609 km
1 km = 0,6215 mille
1 fermi (fm) = 1×10^{-15} m
1 ångström (Å) = 1×10^{-10} m
1 mille marin = 6076 pi = 1,151 mille
1 unité astronomique (UA) = $1{,}4960 \times 10^{11}$ m
1 année-lumière = $9{,}4607 \times 10^{15}$ m

Aire
1 m^2 = 10^4 cm^2 = 10,76 pi^2
1 pi^2 = 0,0929 m^2
1 po^2 = 6,452 cm^2
1 mille^2 = 640 acres
1 hectare (ha) = 10^4 m^2 = 2,471 acres
1 acre (ac) = 43 560 pi^2

Volume
1 m^3 = 10^6 cm^3 = $6{,}102 \times 10^4$ po^3
1 pi^3 = 1728 po^3 = $2{,}832 \times 10^{-2}$ m^3
1 L = 10^3 cm^3 = 0,0353 pi^3
= 1,0576 pinte (É-U.)
1 pi^3 = 28,32 L = 7,481 gallons É.-U. = $2{,}832 \times 10^{-2}$ m^3
1 gallon (gal) É.-U. = 3,786 L = 231 po^3
1 gallon (gal) impérial = 1,201 gallon É.-U. = 277,42 po^3

Masse
1 unité de masse atomique (u) = $1{,}6605 \times 10^{-27}$ kg
1 tonne (t) = 10^3 kg
1 slug = 14,59 kg
1 tonne É.-U. = 907,2 kg

Temps
1 jour = 24 h = $1{,}44 \times 10^3$ min = $8{,}64 \times 10^4$ s
1 a = 365,24 jours = $3{,}156 \times 10^7$ s

Force
1 N = 10^5 dynes = 0,2248 lb
1 lb = 4,448 N
Le poids de 1 kg correspond à 2,205 lb.

Énergie
1 J = 10^7 ergs = 0,7376 pi·lb
1 eV = $1{,}602 \times 10^{-19}$ J
1 cal = 4,186 J ; 1 Cal = 4186 J (1 Cal = 1 kcal)
1 kW·h = $3{,}600 \times 10^6$ J = 3412 Btu
1 Btu = 252,0 cal = 1055 J
1 u est équivalent à 931,5 MeV

Puissance
1 hp = 550 pi·lb/s = 745,7 W
1 cheval-vapeur métrique (ch) = 736 W
1 W = 1 J/s = 0,7376 pi·lb/s
1 Btu/h = 0,2931 W

Pression
1 Pa = 1 N/m^2 = $1{,}450 \times 10^{-4}$ lb/po^2
1 atm = 760 mm Hg = $1{,}013 \times 10^5$ N/m^2 = 14,70 lb/po^2
1 bar = 10^5 Pa = 0,9870 atm
1 torr = 1 mm Hg = 133,3 Pa

L'alphabet Grec

Alpha	Α	α	Iota	Ι	ι	Rhô	Ρ	ρ
Bêta	Β	β	Kappa	Κ	κ	Sigma	Σ	σ
Gamma	Γ	γ	Lambda	Λ	λ	Tau	Τ	τ
Delta	Δ	δ	Mu	Μ	μ	Upsilon	Υ	υ
Epsilon	Ε	ε	Nu	Ν	ν	Phi	Φ	ϕ ou φ
Zêta	Ζ	ζ	Xi	Ξ	ξ	Khi	Χ	χ
Êta	Η	η	Omicron	Ο	ο	Psi	Ψ	ψ
Thêta	Θ	θ	Pi	Π	π	Oméga	Ω	ω

Index