

Chapitre 5 : Echographie et Doppler

Les énoncés sont extraits de

Physique médicale - 2016-2017 P. Louette, M. Dontaine, M. da Silva Pires, M. Lobet Travaux dirigés. Université de Namur.

Exercice 6.1 *Voir avec le son : l'échographie.*

Une échographie est un examen courant en médecine, permettant l'observation d'organes internes. La technique utilise des ondes ultrasoniques (ondes mécaniques longitudinales) produites par une sonde piézoélectrique jouant le rôle d'émetteur et de récepteur. Cette sonde est placée sur la peau ; un gel permet d'optimiser l'intensité des ondes ultra-sonores passant de la sonde vers l'intérieur du corps et vice-versa. Les fréquences utilisées dépendent des organes à sonder mais se situent dans une gamme allant de 2 MHz à 15 MHz.

Pour obtenir une image sur un écran, on profite des propriétés suivantes des ondes ultra-sonores :

- la vitesse et l'absorption de l'onde dépendent du milieu traversé.
- à chaque interface entre deux milieux, une partie de l'onde est réfléchiée (donc revient vers la sonde) tandis que le reste est transmis.

Sur une image, les zones noires représentent des milieux dans lesquels il y a peu ou pas de réflexion : aucun signal ne revient vers la sonde. A l'inverse, une zone claire est l'image d'une zone réfléchissant une très grande partie de l'onde incidente. Les contrastes donnent ainsi une image de la répartition des divers organes et tissus dans la partie du corps sondée - voir figure 6.1.



FIGURE 6.1 – Échographie d'un fœtus de 9 semaines.

En allant un peu plus loin, on peut aussi utiliser des valeurs mesurées, au niveau de la sonde, du temps qui s'écoule entre l'émission de l'onde ultra-sonore et l'arrivée d'une impulsion provenant de la réflexion sur une interface. Ces mesures de temps permettent de calculer (a) la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu considéré - et par là de déterminer la nature de la zone, et (b) l'épaisseur de la zone considérée. C'est ce que nous allons faire dans cet exercice, en simplifiant la donne : on se limite ici à une onde se propageant en ligne droite ; on fait aussi l'approximation que les ondes sont émises sous la forme d'impulsions très brèves.

Énoncé. Une échographie est réalisée sur l'abdomen d'un patient pour vérifier la présence d'une tumeur et le cas échéant pour mesurer la taille de cette dernière. La figure 6.2 illustre les deux cas envisagés : à gauche, l'échographie est faite sur un corps sain - elle servira de référence pour la suite, tandis que sur l'illustration de droite, une tumeur, schématisée par le rectangle, est présente.

On notera que ceci est un modèle très simple destiné à comprendre le fonctionnement d'une échographie. En particulier, ce modèle suppose que la vitesse du son dans une tumeur est suffisamment différente de la vitesse du son dans l'eau, ce qui est rarement le cas. C'est la modélisation physique qui nous intéresse particulièrement ici...

Lorsque l'onde réfléchié revient au niveau de la sonde, elle la met en vibration ; ces vibrations sont transformées en signal électrique par le piézoélectrique, puis ce signal, représenté par un pic simple, est visualisé sur l'écran d'un oscilloscope. C'est cet appareil qui permettra de mesurer les données temporelles. Dans les graphes de la figure 6.2, t_0 est l'instant de l'émission.

Le corps humain est composé de 65 à 90 % d'eau (hors les dents et les os) : dans la figure 6.2, nous assimilons la zone rose à de l'eau, dans laquelle la vitesse de propagation de l'onde ultra-sonore considérée serait $v = 1,43 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

On demande :

1. de mesurer le temps t_R de l'écho dit de référence sur l'écran de l'oscilloscope, et d'exprimer t_R en fonction de D et de la vitesse v de l'onde dans l'eau.
2. sur la figure de droite, l'écho de référence arrive en t'_R . Que peut-on déduire de la vitesse de propagation v' de l'onde dans la tumeur en comparaison avec la vitesse de l'onde dans l'eau ?
3. d'exprimer t'_R en fonction de D , e , v et v' .
4. de déterminer sur l'écran de l'oscilloscope les pics correspondants aux réflexions en A et en B.
5. à partir des expressions des différents temps et de v , de déterminer l'expression de l'épaisseur e de la tumeur.
6. de calculer les valeurs numériques de la taille de la tumeur (e) et de sa position (d) pour les valeurs temporelles données sur l'écran de l'oscilloscope.

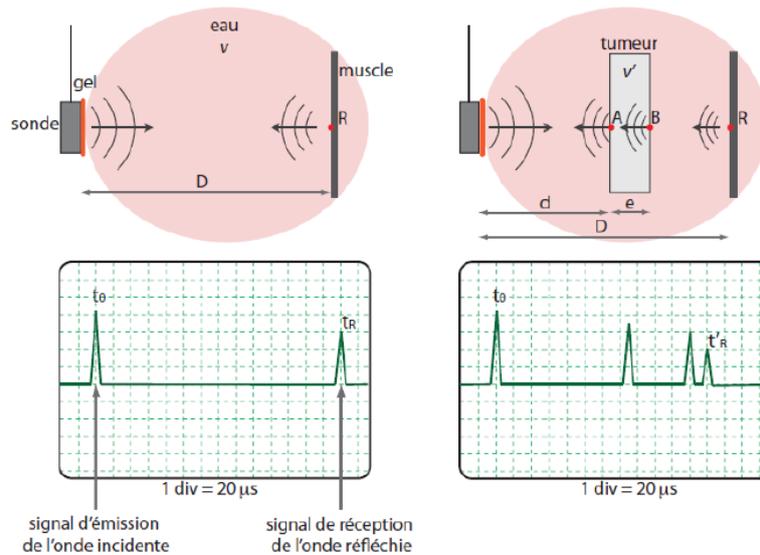


FIGURE 6.2 – Échographie. Figure de gauche : l'onde ultra-sonore se réfléchit sur un muscle. Figure de droite, une tumeur est intercalée sur le parcours.

Solution

$$1) t_R = 20 \times 14 = 280 \mu\text{s} \quad \text{et} \quad t_R = \frac{2D}{v}$$

$$2) t'_R = 240 \mu\text{s} \text{ donc le son est plus rapide dans tumeur.}$$

$$3) t'_R = \frac{2D}{v} - \frac{2e}{v} + \frac{2e}{v'} = t_R - \frac{2e}{v} + \frac{2e}{v'} \Rightarrow \frac{2e}{v'} = \frac{2e}{v} + t'_R - t_R \quad (1)$$

$$4) \left. \begin{aligned} t_A &= \frac{2d}{v} = 150 \mu\text{s} \\ t_B &= \frac{2d}{v} + \frac{2e}{v'} = 70 \mu\text{s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t_B - t_A = \frac{2e}{v'} = 70 \mu\text{s} \quad (2)$$

$$5) \text{ De (1) et (2) } \Rightarrow t_B - t_A = \frac{2e}{v} + t'_R - t_R \Rightarrow e = \frac{v}{2} [(t_R - t'_R) + (t_A - t_B)]$$

$$6) e = \frac{1.43 \times 10^3}{2} [(280 - 240) + (70)] \times 10^{-6} = 0.079 \text{ m}$$

$$d = \frac{t_A v}{2} = \frac{150 \times 10^{-6} \times 1.43 \times 10^3}{2} = 0.107 \text{ m}$$

Rappels

La variation apparente de fréquence en cas de mouvement relatif entre la source et l'observateur est appelé effet Doppler.

$$f_o = f_s \frac{v - v_o}{v - v_s}$$

f_o	Fréquence de la source (Hz)
f_s	Fréquence observée (Hz)
v	Vitesse du son (m/s)
v_o	Vitesse de l'observateur (m/s)
v_s	Vitesse de la source (m/s)

Le sens positif est défini dans le sens source → observateur

Exercice 6.2 L'échographie Doppler.

Dans une échographie Doppler, des mesures de faibles variations de la fréquence de l'onde ultra-sonore peuvent être réalisées. Ces variations de fréquences sont dues à l'effet Doppler, appliqué par exemple aux cellules sanguines : lorsque l'onde ultra-sonore est réfléchiée sur une telle cellule en mouvement, la fréquence de l'onde reçue par le récepteur est modifiée.

La figure 6.3 illustre une échographie Doppler de l'aorte.

1. La vitesse moyenne des cellules sanguines dans l'aorte est de 0.22 m/s , et la vitesse du son dans les tissus est de 1540 m/s . Si l'onde ultra-sonore émise est de 5 MHz , quelle variation de fréquence sera mesurée ?
2. En un point particulier de l'aorte, une variation de la fréquence de l'onde réfléchiée de 29300 Hz est mesurée. Quelle est la vitesse du sang à cet endroit ? Est-ce compatible avec l'hypothèse d'une sténose (rétrécissement d'une veine ou d'une artère) de l'aorte ?

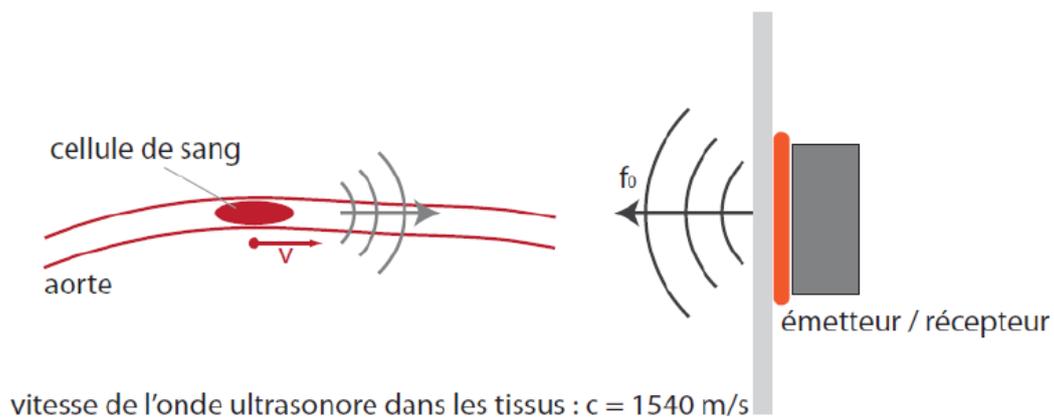
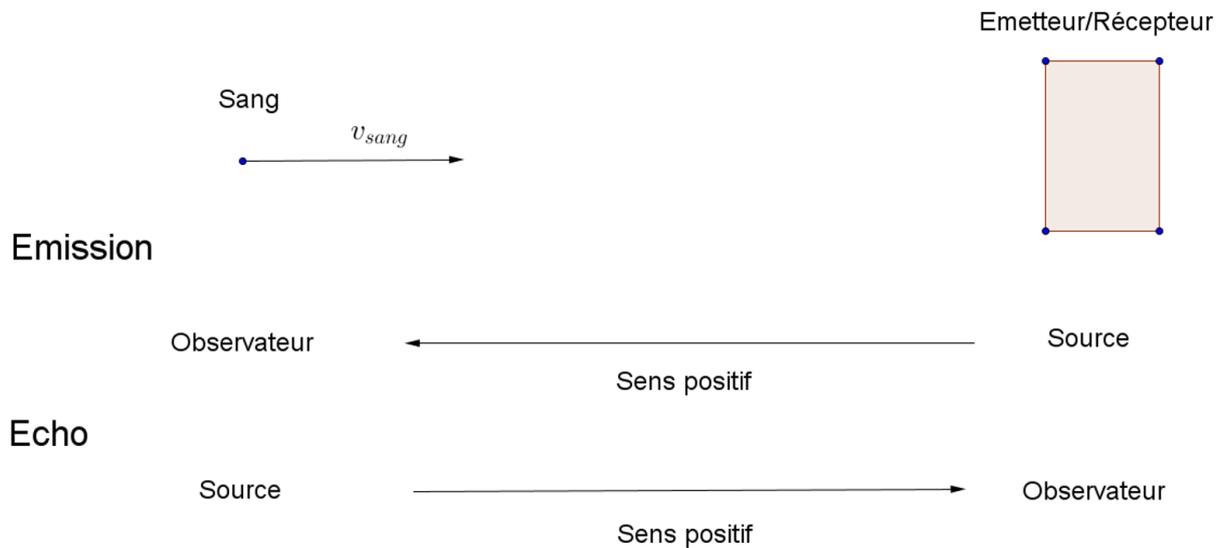


FIGURE 6.3 – Échographie Doppler de l'aorte (exercice 6.2).

Solution



1) Dans un premier temps l'émetteur/récepteur est la source et le sang est l'observateur. Le sens positif est défini de la source vers l'observateur. La source est immobile. La fréquence perçue par le sang est :

$$f_o^{(1)} = f_s^{(1)} \frac{v + v_o^{(1)}}{v}$$

Dans un deuxième temps, il y a un écho et le sang se comporte comme une source.

L'émetteur/récepteur devient l'observateur, immobile, qui perçoit une fréquence donnée par :

$$f_o^{(2)} = f_o^{(1)} \frac{v}{v - v_s^{(2)}} = f_s^{(1)} \frac{v + v_o^{(1)}}{v - v_s^{(2)}}$$

La variation de fréquence est alors :

$$\Delta f = |f_o^{(2)} - f_s^{(1)}| = f_s^{(1)} \left| 1 - \frac{v + v_o^{(1)}}{v - v_s^{(2)}} \right| = f_s^{(1)} \left| \frac{v_s^{(2)} + v_o^{(1)}}{v - v_s^{(2)}} \right|$$

Or $v_o^{(1)} = v_s^{(2)} = v_{sang}$, $v \gg \gg v_s^{(2)}$ et $f_s^{(1)} = f_{émet}$, donc

$$\Delta f = \frac{2v_{sang}}{v} f_{émet}$$

Ce qui donne ici : $\Delta f = 5 \times 10^6 \times \frac{2 \times 0.22}{1540} = 1429 \text{ Hz}$

2) Pour la vitesse du sang, on a immédiatement :

$$v_{sang} = \frac{v}{2} \cdot \frac{\Delta f}{f_{émet}} = \frac{1540}{2} \times \frac{29300}{5 \times 10^6} = 4.5 \text{ m/s}$$

Exercice 6.3 Une voiture de police roule à 50 m/s dans le même sens qu'un camion qui roule à 25 m/s . La sirène de la voiture de police a une fréquence de 1200 Hz . La vitesse du son est de 340 m/s . Déterminer la fréquence entendue par le chauffeur du camion lorsque la voiture de police se trouve :

1. derrière le camion,
2. devant le camion.

Solution

1) Vu la convention de signe, les vitesses de la source et de l'observateur sont positives.

$$f_o = f_s \frac{v - v_o}{v - v_s} = 1200 \frac{340 - 25}{340 - 50} = 1200 \frac{315}{290} = 1303 \text{ Hz}$$

2) Les vitesses de la source et de l'observateur sont négatives.

$$f_o = f_s \frac{v - v_o}{v - v_s} = 1200 \frac{340 + 25}{340 + 50} = 1200 \frac{365}{390} = 1123 \text{ Hz}$$

Exercice 6.4 Supposons que l'automobile et le camion de l'exercice précédent se déplacent l'un vers l'autre. Déterminer la fréquence entendue par le chauffeur du camion

1. lorsque l'automobile s'approche,
2. une fois qu'elle a dépassé le camion.

Solution

1) Vu la convention de signe, la vitesse de la source est positive et celle de l'observateur est négative.

$$f_o = f_s \frac{v - v_o}{v - v_s} = 1200 \frac{340 + 25}{340 - 50} = 1200 \frac{365}{290} = 1510 \text{ Hz}$$

2) a vitesse de la source est négative et celle de l'observateur est positive.

$$f_o = f_s \frac{v - v_o}{v - v_s} = 1200 \frac{340 - 25}{340 + 50} = 1200 \frac{315}{390} = 969 \text{ Hz}$$