

Chapitre 7 : Rayonnements : diagnostic et thérapie.

Les énoncés sont extraits de

Physique médicale - 2016-2017 P. Louette, M. Dontaine, M. da Silva Pires, M. Lobet Travaux dirigés. Université de Namur.

Rappels

La loi de **Beer-Lambert** : Soit un rayonnement électromagnétique de longueur d'onde λ (par exemple lumière), traversant un milieu transparent. L'intensité de ce rayonnement subit une diminution exponentielle en fonction de la distance parcourue et de la densité des espèces absorbantes dans ce milieu

$$I = I_0 e^{-\mu d}$$

| | |
|-------|----------------------------------------------|
| I_0 | Intensité entrante |
| I | Intensité sortante |
| μ | Coefficient d'absorbance (m^{-1}) |
| d | Distance parcourue (m) |

La couche de demi-atténuation (*CDA*) est la distance nécessaire pour que l'intensité diminue d'un facteur 2.

$$CDA = \frac{\ln 2}{\mu}$$

On a alors :

$$I = I_0 \cdot 2^{-\frac{d}{CDA}}$$

Exercice 7.1 Pour réaliser une image lors d'une mammographie, on utilise un faisceau incident de rayons X d'intensité I_0 . La radiographie montre l'existence d'une petite masse tumorale. Une section perpendiculaire au sein lors de la réalisation du cliché est modélisée à la figure 7.1.

- L'intensité du faisceau 1 est égale à I_1 après une traversée de 4 cm de tissu sain.
- L'intensité du faisceau 2 est égale à I_2 après une traversée de 3 cm de tissu sain, et de 1 cm de tumeur.
- Les valeurs des couches de demi-atténuation des tissus traversés sont les suivants : $(CDA)_{\text{sain}} = 1 \text{ cm}$ et $(CDA)_{\text{tumeur}} = 0,5 \text{ cm}$.

Déterminer :

1. la valeur du rapport I_0/I_1 .
2. la valeur du rapport I_0/I_2 .
3. la valeur du contraste radiologique C de l'image radiante entre le tissu sain et la tumeur, défini par

$$C = \frac{|I_2 - I_1|}{I_1 + I_2}$$

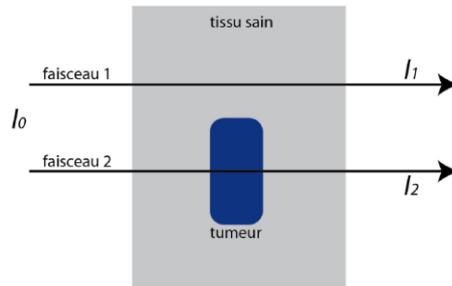


FIGURE 7.1 – Mammographie, faisceaux de rayons X : (1) traversant un tissu sain, et (2) traversant un tissu sain et une tumeur (exercice 7.1).

Solution

$$\mu_1 = \frac{\ln 2}{CDA_1} = \ln 2 \quad \mu_2 = \frac{\ln 2}{CDA_2} = \frac{\ln 2}{1/2} = 2 \ln 2$$

$$1) I_1 = I_0 e^{-\mu_1 d} = I_0 e^{-\ln 2 d} = I_0 2^{-4} \Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

2) On peut considérer que le rayonnement parcourt successivement 3 cm dans le tissu sain et 1 cm dans la tumeur. Soit I' l'intensité à la sortie du tissu sain (donc à l'entrée de la tumeur)

$$\frac{I'}{I_0} = 2^{-3} = \frac{1}{8}, \quad \frac{I_2}{I'} = e^{-2 \ln 2 d} = \frac{1}{4^1} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_0} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{32}$$

$$3) C = \frac{|I_2 - I_1|}{I_2 + I_1} = \frac{\left| \frac{I_2}{I_0} - \frac{I_1}{I_0} \right|}{\frac{I_1}{I_0} + \frac{I_2}{I_0}} = \frac{\left| \frac{1}{32} - \frac{1}{16} \right|}{\frac{1}{32} + \frac{1}{16}} = \frac{|16 - 32|}{16 + 32} = \frac{16}{48} = \frac{1}{3}$$

Rappels

Dose absorbée D_a : énergie absorbée par unité de masse :

L'unité de mesure est le **Gray** (1J/kg)

La dose équivalente H tient compte de nature du rayonnement.

On définit le **facteur de pondération radiologique W_R**
(Photons X ou $\gamma = 1$, $\beta = 1$, $\alpha = 20$)

$$H = D_a \cdot W_R$$

La dose efficace E tient compte de la sensibilité des tissus affectés.

On définit alors le **facteur de pondération cellulaire W_t**

$$E = D_a \cdot W_R \cdot W_t$$

L'unité est le **Sievert Sv**

Exercice 7.2 Lors d'un accident, un travailleur a inhalé des aérosols contenant des éléments radioactifs. On estime que la dose reçue aux poumons est de 1 Gy par rayonnement γ et de 0,1 Gy par rayonnement α . Le facteur de pondération tissulaire est égal à 0,12. On suppose que le poumon est le seul organe irradié.

Indiquer la ou les bonne(s) réponse(s) :

1. La dose équivalente au poumon est égale à 1,1 Gy.
2. La dose équivalente au poumon est égale à 1,1 Sv.
3. La dose équivalente au poumon est égale à 3 Sv.
4. La dose efficace au corps entier est 1,32 Gy.
5. La dose efficace au corps entier est 0,36 Sv.

Solution

$$H = D_a W_R = 1 \times 1 + \underbrace{0,1 \times 20}_{\alpha} = 3 \text{ Gy} \quad E = H.W_t = 3 \times 0,12 = 0,36 \text{ Sv}$$

Réponse 3 et 5

Exercice 7.3 Un rayonnement γ d'une bombe au cobalt est utilisé pour le traitement d'une tumeur de la prostate de masse 20 g. La dose délivrée à l'organe par ce faisceau est de 2 Gy.

Le facteur de pondération tissulaire est $W_T = 0,02$. Le facteur de pondération radiologique pour ces photons gamma est de $W_R = 1$.

Indiquer la ou les bonne(s) réponse(s) :

1. La dose efficace délivrée à la prostate est de 40 mSv,
2. La dose efficace délivrée à la prostate est de 2 mSv,
3. La dose équivalente délivrée à la prostate est de 40 mSv,
4. L'énergie reçue par la prostate est de 40 mJ,
5. L'énergie reçue par la prostate est de 4 mJ.

Solution

$$\text{Dose efficace : } E = D_a.W_R.W_t = 2 \times 1 \times 0,02 = 0,04 = 40 \text{ mSv}$$

$$\text{Energie : } \mathcal{E} = H.m = 2 \times \frac{20}{1000} = 0,040 = 40 \text{ mJ}$$

Réponses : 1 et 4

Rappels

Si un échantillon contient N_0 noyaux radioactifs à $t = 0$, le nombre de noyaux restant à l'instant t est donné par :

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

où λ est la constante de désintégration.

La **période** ou **demi-vie** T est le temps nécessaire pour que le nombre de noyaux ou le taux de désintégration chute à 50% de sa valeur initiale et on a :

$$T = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

On a alors aussi

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

L'**activité** A est défini comme le nombre de désintégrations par seconde :

$$A = \frac{N}{\lambda} = \frac{N_0 \ln(2)}{T} e^{-\lambda t} \Rightarrow \text{si } t = 0 \text{ alors } A = \frac{N_0 \ln(2)}{T}$$

Exercice 7.4 Un litre de lait contient 2,4 g de potassium. Le potassium comprend trois isotopes dont un (le potassium 40) est radioactif, de période physique $1,3 \cdot 10^9$ années et d'abondance isotopique 0,012 %. Quel est l'ordre de grandeur de l'activité d'un bol de lait de 200 mL ?

Solution

$$\text{Masse de } {}^{40}\text{K} \text{ dans 200 ml : } m = \frac{2,4 \times 0,012}{5 \times 100} = 5,76 \times 10^{-5} \text{ g}$$

$$\text{Nombre d'atomes de } {}^{40}\text{K} : N = \frac{N_A m}{M}$$

$$\text{Activité } A = \frac{N \ln 2}{T} = \frac{N_A m \ln 2}{MT} = \frac{6 \times 10^{23} \times 5,76 \times 10^{-5} \ln(2)}{40 \times \underbrace{1,3 \times 10^9 \times 24 \times 3600 \times 365}_{\text{Période en seconde}}} = 14,6 \text{ Bq}$$

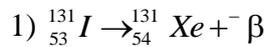
Exercice 7.5 L'iode est indispensable à l'organisme humain. Il participe à la synthèse des hormones thyroïdiennes. L'assimilation de l'iode se fait sous forme d'ions iodure dans la glande thyroïde.

Plusieurs isotopes de l'iode existent ; deux nous intéressent particulièrement ici : l'iode 127, qui est un isotope stable, et l'iode 131, radioactif, qui peut se répandre dans l'atmosphère lors d'accidents nucléaires. Cet isotope se désintègre en Xénon par une désintégration β^- de demi-vie égale à 8,1 jours.

La population vivant dans les environs d'une centrale nucléaire a reçu des comprimés d'iode 127, sous forme d'iodure de potassium, à prendre en cas d'accident nucléaire.

1. Écrire l'équation de désintégration de l'iode 131.
2. Justifier la mesure prise pour protéger la population voisine d'une centrale nucléaire en cas d'incident.
3. L'iode 131 est aussi utilisé en médecine, par exemple pour l'examen par scintigraphie des glandes surrénales. Déterminer l'activité A_1 d'une masse d'un gramme d'iode 131.
4. Sachant que pour cet examen il faut une solution d'iode 131 d'activité $A_0 = 37 \text{ MBq}$, calculer la masse d'iode 131 qui doit être injectée au patient.
5. Après combien de temps l'activité sera-t-elle divisée par 10? Cette réponse peut être calculée, ou déduite d'un graphe.

Solution



2) L'iode radioactif et la thyroïde

- L'iode radioactif est un des composants qui peut être libéré massivement lors d'un accident nucléaire et être inhalé ou ingéré par les personnes qui y sont exposées.
- L'iode radioactif passe ainsi dans le sang et se fixe sur la thyroïde, organe cible de l'iode risquant de provoquer un cancer de la thyroïde.
- Ce radioélément, inhalé ou ingéré par la population exposée au rejet accidentel, contribuera le plus à l'irradiation de cette population. Il peut alors lui faire courir un risque accru de cancer de la thyroïde.

Pourquoi prendre des comprimés d'iode ?

- La prise préventive de comprimé d'iode non radioactif permet de saturer la glande thyroïde.
- Dans ce cas, celle-ci n'est plus capable de fixer l'iode radioactif inhalé ou ingéré lors de la contamination.
- L'iode radioactif est ainsi éliminé dans les urines, protégeant ainsi de l'apparition d'un cancer de la thyroïde.

$$3) A = \frac{N \cdot \ln(2)}{T} = \frac{N_A \cdot m}{T \cdot M} = \frac{6 \times 10^{23} \times 1 \times \ln(2)}{8.1 \times 24 \times 3600 \times 131} = 4.54 \times 10^{15} \text{ Bq}$$

$$4) m = \frac{37 \times 10^6}{4.54 \times 10^{15}} = 8.156 \times 10^{-9} = 8.2 \text{ ng}$$

$$5) \frac{N}{N_0} = e^{-\frac{\ln(2)}{T} t} \Rightarrow t = -\frac{\ln(0.1)}{\ln(2)} \times 8.1 = 26.91 \text{ J}$$