Chap 8 : Circulation des fluides physiologiques

Les énoncés sont extraits de
Physique médicale - 2016-2017 P. Louette, M. Dontaine, M. da Silva Pires, M. Lobet Travaux dirigés. Université de Namur.

Rappels

1) Débit volumique :

$Q = A.v$	Q	Débit volumique $m^3 s^{-1}$
	A	Section du conduit m^2
	v	Vitesse du fluide $m.s^{-1}$

2) Equation de continuité :

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

3) la somme de la pression et de l'énergie mécanique par unité de volume, c'est-à-dire la quantité :

$P + \rho g + \frac{1}{2}\rho v^2 = cst$	P	Pression Pa
	ρ	masse volumique $kg.m^{-3}$
	g	Accélération de la pesanteur 9.81 $m.s^{-2}$
	v	Vitesse du fluide $m.s^{-1}$

est constante tout le long du tube de courant.

Exercice 8.1 On veut vider un puits à l'aide d'un tuyau raccordé à une pompe. La pompe "fait le vide" sur le haut du tuyau. Jusqu'à quelle profondeur du puits ce système fonctionne-t-il ?

Solution

Calculons la hauteur d'eau correspondant à la pression atmosphérique.

$$\rho g h = P_0 \Rightarrow h = \frac{P_0}{\rho g} = \frac{101325}{1000 \times 9.81} = 10.3 \text{ m}$$

C'est la hauteur théorique maximale, à laquelle on peut élever de l'eau pas succion.
En réalité, la hauteur est moindre car il faut retirer la hauteur correspondant à la pression de vapeur saturante et surtout les fuites inévitables dans un système de vide. En pratique, il est difficile de dépasser environ 7 m.

Exercice 8.2 *Pression artérielle.*

On étudie dans cet exercice les variations de la pression artérielle systolique d'un patient debout. La pression artérielle[1] p est une *pression de jauge* : elle représente la différence entre la pression artérielle réelle ou absolue P et la pression atmosphérique exprimée en cm de mercure.

On suppose que la vitesse de mouvement du sang est faible et que les lois de l'hydrostatique peuvent s'appliquer. La pression de jauge moyenne au niveau du cœur est de 10 cm de mercure. Chez ce patient, la distance cœur-cerveau est de 40 cm et la distance cœur-pieds est de 145 cm.
On donne la masse volumique du sang $\rho_s = 10^3\ kg/m^3$, $g = 10\ m/s^2$ et $P_0 = 10^5 Pa = 76\ cmHg$.

1. Calculer la pression artérielle réelle au niveau du cœur.
2. Calculer la pression de jauge (artérielle) au niveau du cerveau (en cmHg).
3. Calculer la pression de jauge (artérielle) au niveau des pieds (en cmHg).

----

1. aussi appelée tension artérielle dans le milieu médical.

Solution

1) $p_{coeur} = P_0 + p = 10^5\left(1+\dfrac{10}{76}\right) = 1.13\times10^5 \text{ Pa}$ car $P_0 = 76$ cm Hg

2) $p_{tête} = p_{coeur} - h\dfrac{\rho_{eau}}{\rho_{Hg}} = 10 - 40\times\dfrac{1}{13.6} = 7$ cm Hg

3) $p_{pied} = p_{coeur} + h\dfrac{\rho_{eau}}{\rho_{Hg}} = 10 + 145\times\dfrac{1}{13.6} = 21$ cm Hg

Exercice 8.3 Le cœur d'un homme standard injecte 5 litres de sang chaque minute dans l'aorte.

1. Quel est le flux volumique dans le système cardiovasculaire ?
2. Quelle est la vitesse du sang dans l'aorte ? On estime que l'épaisseur des parois des vaisseaux représente 15 % de leur rayon extérieur ; une estimation du diamètre des différents vaisseaux est donnée à la figure 8.1.
3. Si l'on faisait l'hypothèse que les capillaires forment un très long tuyau, quelle serait alors la vitesse du sang dans ces capillaires ? Est-ce réaliste ? Le diamètre intérieur d'un capillaire moyen mesure 7 microns.
4. Les capillaires sont en réalité disposés en parallèle, comme illustré à la figure 8.1. L'ensemble des capillaires offre ainsi une section totale 3500 cm^2, correspondant à une section intérieure de 2100 cm^2. Quelle est alors la vitesse du sang dans les capillaires, au bout d'un doigt par exemple ?

Solution

1) $Q = \frac{5\times10^{-3}}{60} = 8.3\times10^{-5}\ \mathrm{m}^3 s^{-1}$

2) $v = \frac{Q}{A} = \frac{8.3\times10^{-5}}{\frac{\pi}{4}(2.6\times0.85\times10^{-2})^2} = 0.217\ \mathrm{m.s^{-1}} = 22\ \mathrm{cm.s^{-1}}$

3) $v = \frac{Q}{A} = \frac{8.3\times10^{-5}}{\frac{\pi}{4}(7\times10^{-6})^2} = 2.17\times10^{6}\ \mathrm{m.s^{-1}}$ Impossible

4) $v = \frac{Q}{A} = \frac{8.3\times10^{-5}}{0.21} = 3.97\times10^{-4}\ \mathrm{m.s^{-1}} = 0.4\ \mathrm{m.s^{-1}}$

Exercice 8.4 *Sténose vasculaire.*

On suppose que les parois vasculaires sont indéformables (figure 8.2). Si une plaque d'athérome provoque le rétrécissement d'une artère au niveau du point B, la pression locale diminue (effet Venturi, qui s'explique par la loi de Bernoulli) : c'est la sténose athéromateuse. Si la pression en B devient inférieure à la pression extérieure, l'artère peut se comprimer et provoquer l'arrêt de la circulation. Si la vitesse en B devient nulle, la pression sanguine augmente alors jusqu'à rouvrir l'artère. Ce phénomène se répète de façon périodique et provoque un bruit sec perceptible au stéthoscope.

On assimile le sang à un fluide incompressible. Dans un état normal le diamètre moyen de l'artère décrite à la figure 8.2 est $d_1 = 1$ cm. Le sang y circule avec une vitesse moyenne $v_1 = 20$ cm/s. La pression de jauge régnant dans l'artère est $p_1 = P_1 - P_0 = 10$ cmHg.

On donne aussi : $P_1 = 1$ atm, et la masse volumique du sang $\rho_s = 10^3\ kg/m^3$.

Indiquer, pour chacune des propositions suivantes, si elles sont vraies ou fausses, et - surtout - justifier les réponses.

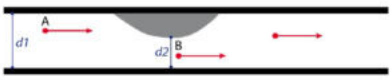

FIGURE 8.2 – Sténose vasculaire (exercice 8.4).

1. La vitesse du sang est supérieure, dans la partie étroite, à la vitesse du sang dans le vaisseau normal.
2. Le diamètre minimal de la partie rétrécie compatible avec un écoulement permanent en deçà duquel la pression hydrostatique absolue P_2 du sang devient inférieure à la pression extérieure P_0 est de l'ordre de 2 mm.
3. Si le diamètre de l'artère devient inférieur à sa valeur minimale, compatible avec un écoulement permanent en deçà duquel P_2 devient inférieur à P_0, l'artère se ferme puis s'ouvre à nouveau sous l'effet de la pression sanguine.

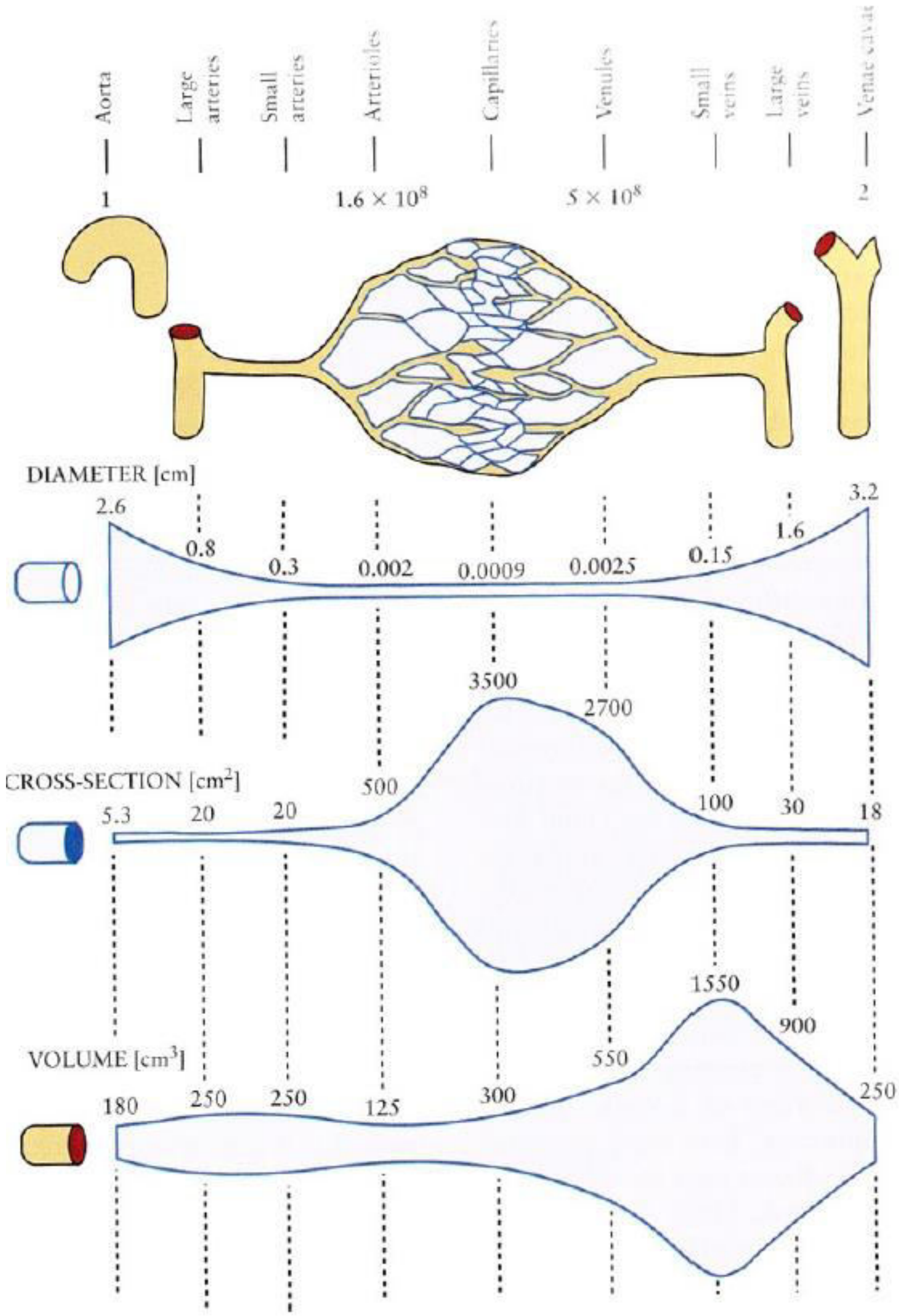

FIGURE *8.1* – Système sanguin (exercice 8.3).

Solution

Données :

$d_1 = 1$ cm $\qquad v_1 = 20$ cm.s^{-1} $\qquad \rho_s = 1000$ kg.m^{-3}

$P_0 = 1$ atm =76 cm Hg $= 101325$ Pa

$P_1 = 76 + 10 = 860$ cm Hg $= 114657$ Pa

1) Equation de continuité : le débit volumique reste consatnt.

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \Rightarrow v_1 \frac{\pi d_1^2}{4} = v_2 \frac{\pi d_2^2}{4} \Rightarrow v_2 = v_1 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

Donc si $d_2 < d_1$, on a $v_2 > v_1 \Rightarrow$ Vrai

2) On écrit que dans un ^man horizontal, la pression reste constante reste constante.

Equation de Bernouilli : $P_1 + \frac{1}{2}\rho_s v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho_s v_2^2$

$$\Rightarrow 114657 + \frac{1}{2}\times 1000 \times 0.2^2 = 101325 + \frac{1}{2}\times 1000 \times v_2^2 \Rightarrow v_2 = 5.168 \text{ m.s}^{-1}$$

On en déduit le diamètre : $d_2 = d_1\sqrt{\frac{v_1}{v_2}} = 1\times\sqrt{\frac{0.2}{5.168}} \simeq 0.2$ cm $= 2$ mm $\Rightarrow$ Vrai

3) Si la pression diminue très fort, alors l'artère se ferme et la vitess tombe à zéro.

Il en résulte une augmentation de la pression hydrostatique et l'aretère se réouvre.

Exercice 8.5 Un tube en U de rayon $R = 1$cm contient du mercure (figure 8.3).

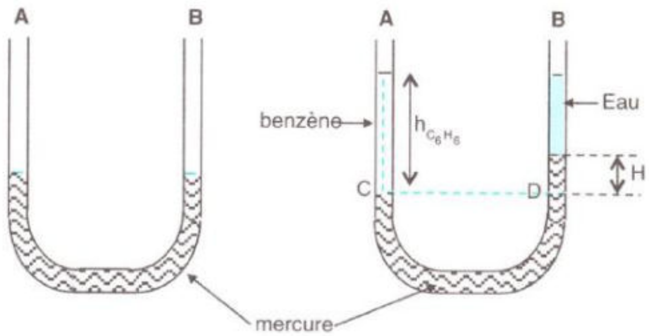

FIGURE *8.3* – Tube en U (exercice 8.5).

1. dans la branche B, on verse 100 cm^3 d'eau et dans la branche A, 200 cm^3 de benzène. Calculer la différence de niveau du mercure H entre les 2 branches. On donne :
   — mercure : $\rho_{Hg} = 13,6g/cm^3$
   — benzène : $\rho_b = 0,88g/cm^3$
2. Quel volume doit-on ajouter et dans quelle branche pour que le niveau de mercure soit identique dans les deux branches ?

Solution

1) Calculons les hauteurs de liquide dans les tubes :

$$h = \frac{V}{\pi r^2} \Rightarrow \begin{cases} h_{C_6H_6} = \dfrac{200}{\pi} \text{ cm} \\ h_{eau} = \dfrac{100}{\pi} \text{ cm} \end{cases}$$

Il faut $P_C = P_D \Rightarrow \rho_{C_6H_6} g h_{C_6H_6} = \rho_{eau} g h_{eau} + \rho_{Hg} g H$

$$\Rightarrow H = \frac{\rho_{C_6H_6} h_{C_6H_6} - \rho_{eau} h_{eau}}{\rho_{Hg} H} = \frac{0.88 \times 200 - 100}{\pi \times 13.6} = 1.78 \text{ cm}$$

2) Il faut : $h_{eau}\rho_{eau} = h_{C_6H_6}\rho_{C_6H_6} \Rightarrow h_{eau} = \dfrac{200}{\pi} \times 0.88 = \dfrac{176}{\pi}$ cm

Ce qui correspond à un volume de $V = h_{eau} \times \pi r^2 = 176 \text{ cm}^3$

La quantité d'eau à ajouter est donc de : $V_{aj} = 176 - 100 = 76 \text{ cm}^3$