

Exercices résolus de mathématiques.

Trigonométrie

Calcul numérique

TRI 4

EXTRI040 – EXTRI049

<http://www.matheux.be.tf>

Jacques Collot

1 avril 03

EXTRI040 – FACSA, UCL, Liège, septembre 1996.

EPL, UCL, LLN, septembre 2002.

POLYTECH, UMon, Mons, septembre 2016

Démontrer que le triangle ABC est rectangle si ses trois angles vérifient la relation :

$$\cot \frac{B}{2} = \frac{\sin A + \sin C}{\sin B}$$

Enoncé de Polytech , 2016

Démontrer que si la relation ci-après est satisfaite, alors le triangle ABC est rectangle.

$$1 + \cos B = \sin A + \sin C$$

$$\cot \frac{B}{2} = \frac{\sin A + \sin C}{\sin B}$$

$$\frac{\sin B}{1 - \cos B} = \frac{\sin A + \sin C}{\sin B} \rightarrow \frac{\sin^2 B}{1 - \cos B} = \sin A + \sin C$$

$$\frac{1 - \cos^2 B}{1 - \cos B} = \sin A + \sin C$$

$$1) \quad 1 - \cos B = 0 \rightarrow B = 2k\pi \quad \text{Pas de rectangle}$$

Il reste :

$$1 + \cos B = \sin A + \sin C$$

$$\text{Or } B = \pi - (A + C) \text{ et } \cos(\pi - (A + C)) = -\cos(A + C)$$

$$1 - \cos(A + C) = \sin A + \sin C$$

$$1 - \left[1 - 2 \sin^2 \frac{A + C}{2} \right] = 2 \sin \frac{A + C}{2} \cos \frac{A - C}{2}$$

$$\sin^2 \frac{A + C}{2} = \sin \frac{A + C}{2} \cos \frac{A - C}{2}$$

$$2) \quad \sin \frac{A + C}{2} = 0 \rightarrow \begin{cases} A + C = 0 \\ A + C = \pi \end{cases} \rightarrow \text{Pas de triangle.}$$

$$3) \quad \sin \frac{A + C}{2} = \cos \frac{A - C}{2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{A + C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{A - C}{2} \rightarrow A = \frac{\pi}{2} \\ \frac{A + C}{2} = -\frac{\pi}{2} + \frac{A - C}{2} \rightarrow C = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

**EXTRI041 – POLYTECH, UMons, questions-types 2000-2001.
FACSA, ULB, Bruxelles, septembre 2001.
EPL, UCL, Louvain, septembre 2002.
ERM, Bruxelles, 2009.**

Dans un triangle, la médiane AM est égale au côté AB .

Dans ce cas :

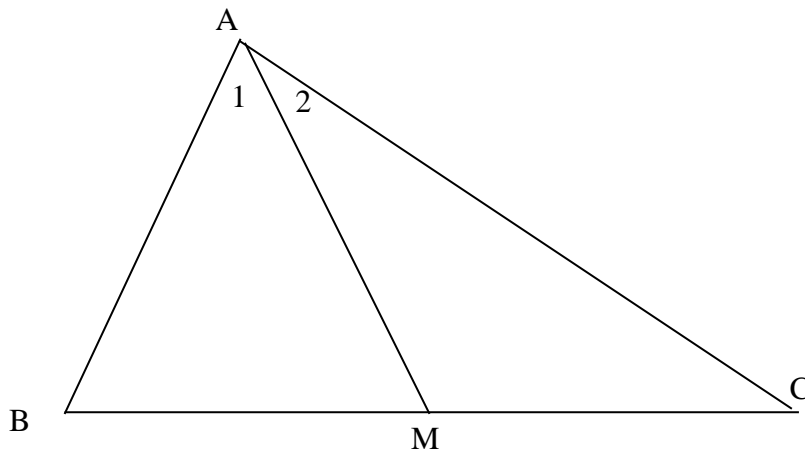
a) Démontrer la relation :

$$\tan B = 3 \tan C$$

b) Démontrer que :

$$\sin A = 2 \sin (B - C)$$

c) Calculer B et C si A est égal à 70°



$$a) AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 BC AC \cos C$$

$$AM^2 = \left(\frac{BC}{2}\right)^2 + AC^2 - 2\left(\frac{BC}{2}\right) AC \cos C$$

On soustrait membre à membre :

$$\frac{3BC^2}{4} - BC AC \cos C \rightarrow \cos C = \frac{3BC}{4AC} \quad (1)$$

De plus

$$AM^2 = \left(\frac{BC}{2}\right)^2 + AB^2 - 2\left(\frac{BC}{2}\right) AB \cos B$$

$$AM^2 = \left(\frac{BC}{2}\right)^2 + AM^2 - 2\left(\frac{BC}{2}\right) AB \cos B$$

$$\frac{BC}{4} - AB \cos B = 0 \rightarrow \cos B = \frac{BC}{4AB} \quad (2)$$

$$\text{D'autre part : } \frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \rightarrow \sin C = \frac{AB}{BC} \sin A$$

$$\text{de (1)} \rightarrow \tan C = \frac{4}{3} \frac{AB AC}{BC^2} \sin A \quad (3)$$

$$\text{De même : } \frac{AB}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \rightarrow \sin B = \frac{AC}{BC} \sin A$$

$$\text{de (2)} \rightarrow \tan B = 4 \frac{AB AC}{BC^2} \sin A \quad (4)$$

$$\text{de (3) et (4)} \rightarrow \tan B = 3 \tan C$$

$$b) A = A_1 + A_2 = 2\pi - B - C \text{ or } A_1 = 2\pi - B \rightarrow A_2 = B - C$$

$$\frac{MC}{\sin A_2} = \frac{AM}{\sin C} \text{ or } MC = \frac{BC}{2} \rightarrow \sin A = 2 \sin A_2 = 2 \sin (B - C)$$

$$c) A + B + C = 180^\circ \rightarrow B + C = 110^\circ \rightarrow C = 110 - B$$

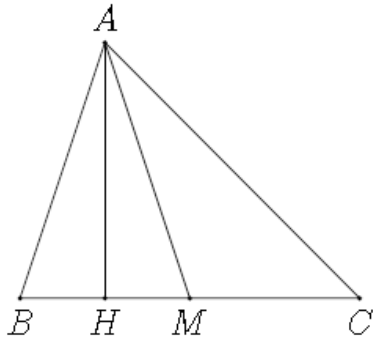
$$3 \tan C = \tan B \rightarrow 3 \tan (110 - B) = \tan B \rightarrow 3 \frac{\tan 110 - \tan B}{1 + \tan 110 \tan B} = \tan B$$

$$3(\tan 110 - \tan B) = \tan B + \tan 110 \tan^2 B$$

$$2.75 \tan^2 B - 4 \tan B - 8.24 = 0$$

$$\tan B = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 22.66}}{2.75} \rightarrow \begin{cases} \tan B = 2.6 \rightarrow B = 69^\circ \text{ et } C = 41^\circ \\ \tan B = -1.15 \rightarrow B = -49^\circ \text{ A rejeter.} \end{cases}$$

Solution proposée par Christine Ginoux.



Hypothèses :

$$\overline{AB} = \overline{AM}$$

$$\overline{BM} = \overline{MC}$$

Thèses :

$$\tan \hat{B} = 3 \tan \hat{C}$$

$$\sin \hat{A} = 2 \sin(\hat{B} - \hat{C})$$

1. Démonstration de $\tan \hat{B} = 3 \tan \hat{C}$

Par hypothèse, ABM est isocèle.

AH est une hauteur de ABM

Dans le triangle rectangle ABH : $\tan \hat{B} = \frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}$

Dans le triangle rectangle AHC : $\tan \hat{C} = \frac{\overline{AH}}{\overline{HC}}$

$$\overline{HC} = 3\overline{BH}$$

Donc $\tan \hat{B} = 3 \tan \hat{C}$

2. Démonstration de $\sin \hat{A} = 2 \sin(\hat{B} - \hat{C})$

$$\begin{aligned} \sin \hat{A} &= \sin(\widehat{BAM} + \widehat{MAC}) \\ &= \sin \widehat{BAM} \cos \widehat{MAC} + \cos \widehat{BAM} \sin \widehat{MAC} \\ &= \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} \cdot \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} + \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} \cdot \frac{\overline{HC}}{\overline{AC}} \\ &= 4 \cdot \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} \cdot \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} \end{aligned}$$

et $\overline{HC} = 3\overline{BH}$

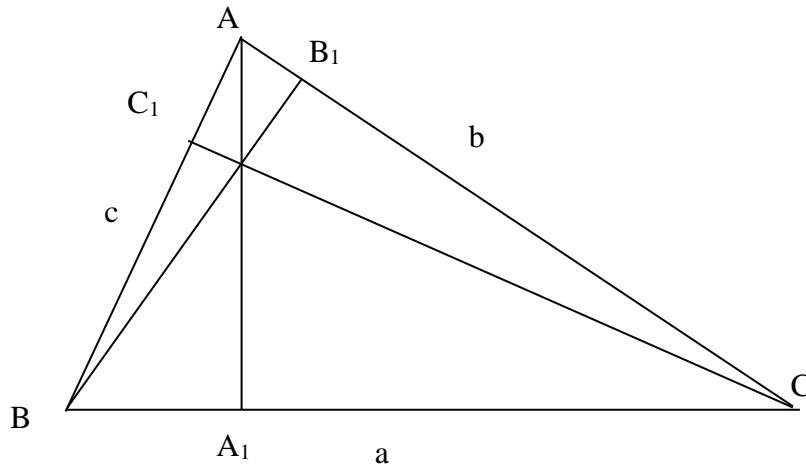
$$\begin{aligned} 2 \sin(\hat{B} - \hat{C}) &= 2(\sin \hat{B} \cos \hat{C} - \cos \hat{B} \sin \hat{C}) \\ &= 2 \left(\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} \cdot \frac{\overline{HC}}{\overline{AC}} - \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} \cdot \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} \right) \\ &= 4 \cdot \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} \cdot \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} \end{aligned}$$

cqfd

EXTRI042 – POLYTECH, UMons, questions-types 2000-2001.

Montrer que dans un triangle quelconque, on a la relation

$$(a - c \cos B)(b - a \cos C)(c - b \cos A) = abc \cos A \cos B \cos C$$



Soit A_1, B_1, C_1 , les pieds des perpendiculaires abaissées des sommets.

$$a - c \cos B = a - BA_1 = A_1C = b \cos C$$

$$b - a \cos C = b - CB_1 = B_1A = c \cos A$$

$$c - b \cos A = c - AC_1 = C_1B = a \cos B$$

On multiplie membre à membre et on obtient :

$$(a - c \cos B)(b - a \cos C)(c - b \cos A) = abc \cos A \cos B \cos C$$

EXTRI043 – POLYTECH, UMons, questions-types 2000-2001.

EPL, UCL, LLN, septembre 2003.

FACSA, ULG, Liège, septembre 2004.

FACS, ULB, Bruxelles, juillet 2009.

FACSA, ULG, Liège, septembre 2014.

Un triangle possède des angles qui vérifient la relation

$$\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$$

Démontrer que le triangle est rectangle.

Première méthode

$$\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$$

$$\sin A = \frac{a}{b} \sin B \quad \sin C = \frac{c}{b} \sin B$$

$$\rightarrow \frac{a \sin B}{b} = \frac{\sin B + \frac{c}{b} \sin B}{\cos B + \cos C} \rightarrow \cos B + \cos C = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$$

D'autre part

$$\cos B + \cos C = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Donc

$$\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$$

$$a^2c + b^2c - c^3 + a^2b + c^2b - b^3 = 2bc(b + c)$$

$$a^2(b + c) + cb(b + c) - (b + c)(b^2 - bc + c^2) = 2bc(b + c)$$

$$a^2 + cb - b^2 + bc - c^2 = 2bc$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow \text{Rectangle en A}$$

Deuxième méthode

$$\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$$

$$\sin A = \frac{2 \sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}}{2 \cos \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}} = \frac{\sin \frac{B+C}{2}}{\cos \frac{B+C}{2}} = \frac{\sin \frac{\pi-A}{2}}{\cos \frac{\pi-A}{2}} = \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

$$\rightarrow \sin A \sin \frac{A}{2} = \cos \frac{A}{2} \rightarrow 2 \sin^2 \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} = \cos \frac{A}{2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \cos \frac{A}{2} = 0 \rightarrow A = \pi \text{ Triangle plat} \\ \sin^2 \frac{A}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \sin \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow A = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Le triangle est donc rectangle en A.

EXTRI044 – Polytech, UMONS, Mons - Questions-types 2000-2001

Démontrer que les angles d'un triangle quelconque vérifient la relation :

$$\frac{\sin A + \sin B - \sin C}{\sin A + \sin B + \sin C} = \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sin A + \sin B - \sin C}{\sin A + \sin B + \sin C} &= \frac{\sin A + \sin B - \sin(\pi - A - B)}{\sin A + \sin B + \sin(\pi - A - B)} \\ &= \frac{\sin A + \sin B - \sin(\pi - A) \cos(-B) - \cos(\pi - A) \sin(-B)}{\sin A + \sin B + \sin(\pi - A) \cos(-B) + \cos(\pi - A) \sin(-B)} \\ &= \frac{\sin A + \sin B - \sin A \cos B - \cos A \sin B}{\sin A + \sin B + \sin A \cos B + \cos A \sin B} \\ &= \frac{\sin A(1 - \cos B) + \sin B(1 - \cos A)}{\sin A(1 + \cos B) + \sin B(1 + \cos A)} \\ \text{or } \tan \frac{B}{2} &= \frac{1 - \cos B}{\sin B} \quad \text{et} \quad \tan \frac{B}{2} = \frac{\sin B}{1 + \cos B} \\ \rightarrow \frac{\sin A \sin B \tan \frac{B}{2} + \sin B \sin A \tan \frac{A}{2}}{\frac{\sin A \sin B}{\tan \frac{B}{2}} + \frac{\sin A \sin B}{\tan \frac{A}{2}}} &= \frac{\tan \frac{B}{2} + \tan \frac{A}{2}}{\frac{1}{\tan \frac{B}{2}} + \frac{1}{\tan \frac{A}{2}}} \\ &= \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} \end{aligned}$$

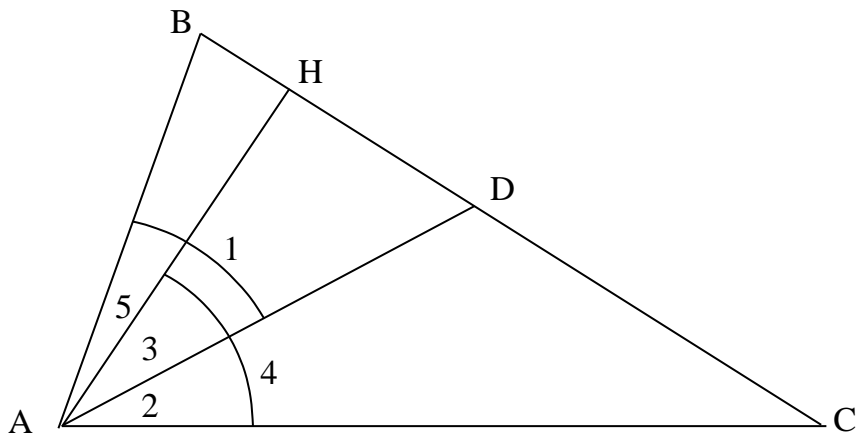
**EXTRI045 – Polytech, UMONS, Mons - Questions-types 2000-2001.
Polytech, UMONS, Mons – Juillet 2005.**

Dans un triangle ABC

a) Si AH et AD désignent respectivement la hauteur et la bissectrice intérieure issues de A , démontrer que :

$$AH = AD \cos \frac{B-C}{2}$$

b) Résoudre le triangle ABC connaissant $A = 22^\circ 10'$, $AH = 1$ m et $AD = 2$ m.



a) On a immédiatement : $AH = AD \cos A_3$

Il suffit de montrer que $A_3 = \frac{B-C}{2}$

$$A = A_1 + A_2 \quad A_4 = \frac{\pi}{2} - C \quad A_5 = \frac{\pi}{2} - B$$

$$A_3 = A_4 - A_2 = \frac{\pi}{2} - C - \frac{A}{2}$$

$$A_3 = A_1 - A_5 = \frac{A}{2} - \frac{\pi}{2} + B$$

$$2A_3 = B - C \quad \rightarrow \quad A_3 = \frac{B-C}{2}$$

b) $AH = AD \cos \frac{B-C}{2} = AD \cos A_3 \quad \rightarrow \quad \cos A_3 = \frac{AH}{AD} = \frac{1}{2}$

$$\rightarrow A_3 = 60^\circ$$

$$A_4 = A_3 + A_2 = 60 + \frac{22^\circ 20'}{2} = 71^\circ 10'$$

En faisant le dessin en fonction des données, on vérifiera qu'il est logique que A_3 est plus grand que A et donc de A_2 .

$$C = \frac{\pi}{2} - A_4 = 18^\circ 50'$$

$$B = 2 \times 60 + 18^\circ 50' = 138^\circ 50'$$

$$A_5 = \frac{\pi}{2} - 138^\circ 50' = -48.83^\circ$$

$$AB = \frac{AH}{\cos A_5} = \frac{1}{\cos(-48.83^\circ)} = 1.519 \text{ m}$$

$$AC = \frac{AH}{\cos A_4} = \frac{1}{\cos 71^\circ 10'} = 3.098 \text{ m}$$

$$BC^2 = 1.519^2 + 3.098^2 - 2 \times 1.519 \times 3.098 \cos 22^\circ 20'$$

$$BC = 1.788 \text{ m}$$

EXTRI046 – POLYTECH, UMons, Mons, questions-types 2000-2001.
FACSA, ULiège, Liège, septembre 2003
FACSA, ULiège, Liège, septembre 2017

Énoncé de Polytech

Démontrer que dans un triangle ABC

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C - 2 = 2 \cos A \cos B \cos C$$

Énoncé de FACSA

Soient A, B et C , les angles d'un triangle. Montrer que la triangle ABC est rectangle si et seulement si

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2$$

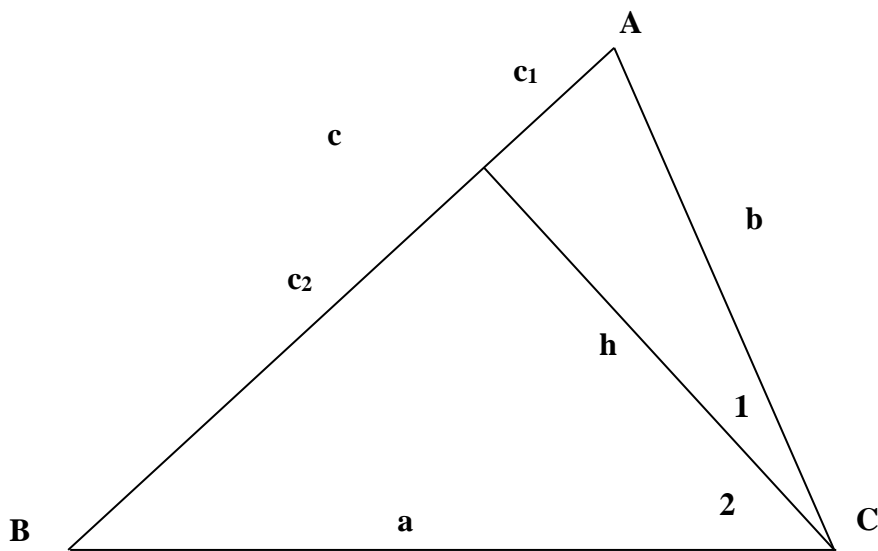
$$\begin{aligned} \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C - 2 &= 1 - \cos^2 A + 1 - \cos^2 B + 1 - \cos^2 C - 2 \\ &= 1 - \cos^2 A - \cos^2 B - \cos^2 (\pi - A - B) \\ &= 1 - \cos^2 A - \cos^2 B - [-\cos A \cos B + \sin A \sin B]^2 \\ &= 1 - \cos^2 A - \cos^2 B - [\cos^2 A \cos^2 B - 2 \cos A \cos B \sin A \sin B + \sin^2 A \sin^2 B] \\ &= 1 - \cos^2 A - \cos^2 B - [\cos^2 A \cos^2 B - 2 \cos A \cos B \sin A \sin B + (1 - \cos^2 A)(1 - \cos^2 B)] \\ &= 1 - \cos^2 A - \cos^2 B - [2 \cos^2 A \cos^2 B - 2 \cos A \cos B \sin A \sin B + 1 - \cos^2 A \cos^2 B] \\ &= -2 \cos^2 A \cos^2 B + 2 \cos A \cos B \sin A \sin B \\ &= -2 \cos A \cos B [\cos A \cos B - \sin A \sin B] \\ &= -2 \cos A \cos B \cos (A + B) \\ &= 2 \cos A \cos B \cos (\pi - A - B) \\ &= 2 \cos A \cos B \cos C \end{aligned}$$

Pour la question de FACSA, il suffit de voir que si $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2$ alors $\cos A \cdot \cos B \cdot \cos C = 0$. Ce qui implique que l'un des cos est nul et donc que l'un des angles vaut 90° . Le triangle est alors rectangle.

Modifié le 9 oct 2013

EXTRI047 – POLYTECH, UMons, Mons, questions-types 1999-2000.

Résoudre le triangle ABC connaissant la différence D entre les angles A et B , la différence d entre les côtés a et b , et la hauteur h menée du sommet C .



$$D = A - B \quad d = a - b$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \rightarrow a \sin C = c \sin A \quad \text{et} \quad b \sin C = c \sin B$$

On soustrait membre à membre.

$$(a - b) \sin C = c (\sin A - \sin B)$$

$$2d \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} = 2c \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$\sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} = \frac{c}{d} \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{D}{2}$$

$$\text{or } C = \pi - A - B \rightarrow \frac{C}{2} = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{A+B}{2} \right)$$

$$\text{donc } \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} = \frac{c}{d} \sin \left[\frac{\pi}{2} - \frac{A+B}{2} \right] \sin \frac{D}{2} = \frac{c}{d} \sin \frac{C}{2} \sin \frac{D}{2}$$

$$\rightarrow \boxed{\cos \frac{C}{2} = \frac{c}{d} \sin \frac{D}{2}} \quad (1)$$

Etablissons une équation en C :

$$c_1 = h \tan C_1 \quad \text{et} \quad c_2 = h \tan C_2$$

$$c = c_1 + c_2 = h (\tan C_1 + \tan C_2) = h \frac{\sin (C_1 + C_2)}{\cos C_1 \cos C_2} = h \frac{\sin C}{\cos C_1 \cos C_2}$$

$$= h \frac{\sin C}{\sin A \sin B} \quad \text{car } A \text{ et } C_1; B \text{ et } C_2 \text{ sont complémentaires.}$$

$$\text{Or } \sin A \sin B = \frac{1}{2} \cos (A - B) - \frac{1}{2} \cos (A + B)$$

$$\text{et } \cos (A + B) = \cos (\pi - C) = -\cos C$$

$$\rightarrow \sin A \sin B = \frac{1}{2} \cos D + \frac{1}{2} \cos C$$

$$\text{Par conséquent, en tenant compte de (1): } c = 2h \frac{\sin C}{\cos D + \cos C} = d \frac{\cos \frac{C}{2}}{\sin \frac{D}{2}}$$

$$\rightarrow d \cos \frac{C}{2} [\cos D + \cos C] = 2h \sin C \sin \frac{D}{2}$$

$$\cos \frac{C}{2} \left[\cos D + 1 - 2 \sin^2 \frac{C}{2} \right] = \frac{4h}{d} \sin \frac{D}{2} \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2}$$

$$2 \sin^2 \frac{C}{2} + \frac{4h}{d} \sin \frac{D}{2} \sin \frac{C}{2} - [\cos D + 1] = 0$$

Résolution si $D = 15.2^\circ$, $d = 10.42 \text{ m}$ et $h = 132.8 \text{ m}$

$$\frac{4h}{d} \sin \frac{D}{2} = \frac{4 \times 132.8}{10.42} \sin \frac{15.2}{2} = 6.7423$$

$$\cos D + 1 = 1 + \cos 15.2 = 1.9650$$

$$\sin \frac{C}{2} = \frac{-6.7423 \pm \sqrt{6.7423^2 + 8 \times 1.9650}}{4} = 0.26984$$

$$\rightarrow \boxed{C = 31.3095}$$

$$\cos \frac{C}{2} = \frac{c}{d} \sin \frac{D}{2} \rightarrow \cos \frac{31.3095}{2} = \frac{c}{10.42} \sin \frac{15.2}{2}$$

$$\rightarrow \boxed{c = 75.864 \text{ m}}$$

Or on a aussi démontré au début que :

$$d \sin C = c \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{D}{2}$$

$$\rightarrow 10.42 \sin 31.3095 = 2 \times 75.864 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{15.2}{2}$$

$$\rightarrow A + B = 148.6915$$

$$\begin{cases} A - B = 15.2 \\ A + B = 148.6915 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \boxed{A = 81.946} \\ \boxed{B = 66.746} \end{cases}$$

$$b = c \frac{\sin B}{\sin C} = 75.864 \frac{\sin 66.746}{\sin 31.3095} \rightarrow \boxed{b = 134.128 \text{ m}}$$

$$a = c \frac{\sin A}{\sin C} = 75.864 \frac{\sin 81.946}{\sin 31.3095} \rightarrow \boxed{a = 144.548 \text{ m}}$$

EXTRI048 – POLYTECH, UMons, Mons, questions-types 2000-2001.

Démontrer que

$$E = \cos^2(a+b) + \cos^2(a-b) - \cos 2a \cos 2b$$

$$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1 \quad \text{et} \quad \cos 2b = 2\cos^2 b - 1$$

$$\cos 2a \cos 2b = 4\cos^2 a \cos^2 b - 2\cos^2 a - 2\cos^2 b + 1$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos^2(a+b) = \cos^2 a \cos^2 b - 2\cos a \cos b \sin a \sin b + \sin^2 a \sin^2 b$$

$$= \cos^2 a \cos^2 b - 2\cos a \cos b \sin a \sin b + (1 - \cos^2 a)(1 - \cos^2 b)$$

$$= 2\cos^2 a \cos^2 b - 2\cos a \cos b \sin a \sin b + 1 - \cos^2 a - \cos^2 b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\cos^2(a-b) = \cos^2 a \cos^2 b + 2\cos a \cos b \sin a \sin b + \sin^2 a \sin^2 b$$

$$= \cos^2 a \cos^2 b + 2\cos a \cos b \sin a \sin b + (1 - \cos^2 a)(1 - \cos^2 b)$$

$$= 2\cos^2 a \cos^2 b + 2\cos a \cos b \sin a \sin b + 1 - \cos^2 a - \cos^2 b$$

$$E = 2\cos^2 a \cos^2 b - 2\cos a \cos b \sin a \sin b + 1 - \cos^2 a - \cos^2 b$$

$$+ 2\cos^2 a \cos^2 b + 2\cos a \cos b \sin a \sin b + 1 - \cos^2 a - \cos^2 b$$

$$- 4\cos^2 a \cos^2 b + 2\cos^2 a + 2\cos^2 b - 1 = 1$$

Et donc E est indépendant de a et b .

EXTRI049 – POLYTECH, UMons, Mons, questions-types 2000-2001.

Dans un triangle ABC, on désigne par D la différence entre les angles B et C, et par d la différence entre les côtés b et c.

a) Démontrer que.

$$\cos \frac{A}{2} = \frac{a}{d} \sin \frac{D}{2}$$

b) Résoudre si $D = 15^\circ 12'$, $d = 2$ m et $a = 12$ m

a) Voir exercice EXTRI047

$$b) \cos \frac{A}{2} = \frac{a}{d} \sin \frac{D}{2} = \frac{12}{2} \sin \frac{15^\circ 12'}{2} = 0.79 \rightarrow A = 74,97$$

$$A + B + C = 180 \rightarrow B + C = 105,03$$

$$\text{et comme } D = B - C \rightarrow B = 60.115 \text{ et } C = 44.915$$

$$b = a \frac{\sin B}{\sin A} = 12 \frac{\sin 60.115}{\sin 74.97} = 10.77$$

$$c = a \frac{\sin C}{\sin A} = 12 \frac{\sin 44.915}{\sin 74.97} = 8.77$$
