Exercices résolus de mathématiques.

Trigonométrie
Calcul numérique

TRI 1

EXTRI010 – EXTRI019

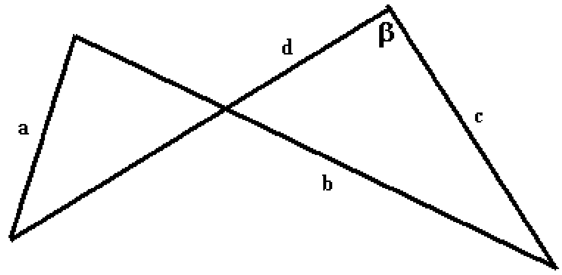
http://matheux.ovh/Accueil.html

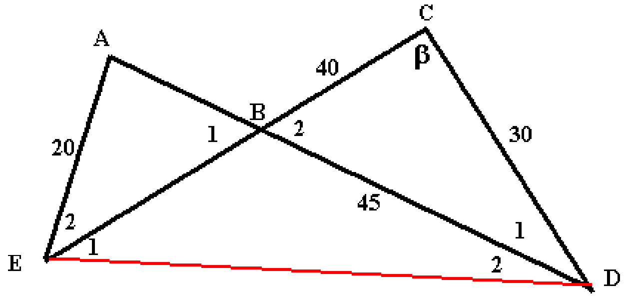
Jacques Collot

1 avril 03

EXTRI010 – Liège, septembre 1996.

Calculer l'aire de la surface définie par la figure ci – dessous, sachant que $a =$ 20 cm, $b = 45$ cm, $d = 40$ cm et $\beta = \pi / 2$





$$E_1 = \arc \tan \frac{30}{40} = 36.8699°$$

$$ED = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50$$

$$A = \arc \cos \frac{50^2 - 20^2 - 45^2}{-2 \times 20 \times 45} = 92.3880°$$

$$E = \arc \cos \frac{45^2 - 20^2 - 50^2}{-2 \times 20 \times 50} = 64.0555° \quad \rightarrow \quad E_2 = 27.1856°$$

$$B_2 = 180 - 92.3880 - 27.1856 = 60.4264°$$

$$EB = AE \frac{\sin\ A}{\sin\ B_2} = 20 \frac{\sin\ 92.3880}{\sin\ 60.4265} = 22.9759$$

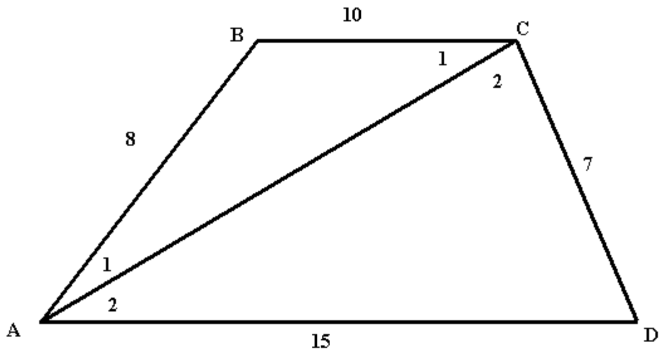
$$S = \frac{1}{2} \times 22.9759 \times 20 \times \sin\ 27.1856$$

$$+ \frac{1}{2} \times 17.0241 \times 30$$

$$\boxed{S = 360.3325\ cm^2}$$

EXTRI011 – Mons, questions-types 2000-2001.

Dans un trapèze ABCD, on connaît la longueur des bases (AD = 15 m, BC = 10 m) ainsi que la longueur des côtés non parallèles (AB = 8 m, CD = 7 m).
Calculer les angles et l'aire du trapèze.



$$\text{Remarquons que } C_1 = A_2$$

$$\begin{cases} 8^2 = AC^2 + 10^2 - 20 \times AC \times \cos C_1 \\ 7^2 = AC^2 + 15^2 - 30 \times AC \times \cos A_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \quad \cos A_2 = \frac{8^2 - 7^2 - 10^2 + 15^2}{10\ AC} = \frac{14}{AC}$$

$$\rightarrow \quad 7^2 = AC^2 + 15^2 - 30 \times AC \frac{14}{AC} \quad \rightarrow \quad AC^2 = 244 \rightarrow AC = 15.6205$$

$$\rightarrow \quad A_2 = C_1 = \arccos - \frac{7^2 - 244^2 - 15^2}{30 \times 15.6205} = 26.3295$$

$$Or\ \frac{\sin\ D}{AC} = \frac{\sin\ A_2}{CD} \quad \rightarrow \quad \sin\ D = \frac{15.6205}{7} \sin\ 26.3295 \quad \rightarrow \quad D = 81.7869°$$

$$De\ même \quad \sin\ B = \frac{\mathrm{AC}}{8} \sin\ C_1 = \frac{15.5205}{8} \sin\ 26.3295 \quad \rightarrow \quad B = 120°$$

$$\sin\ A_2 = \frac{BC}{AC} \sin\ B = \frac{10}{15.6205} \sin 120 \quad \rightarrow \quad 33.6705°$$

$$A = A_1 + A_2 = 26.3295 + 33.6705 = 60°$$

$$\sin\ C_2 = \frac{AD}{AC} \sin\ D = \frac{15}{15.6205} \sin\ 81.7869 \quad \rightarrow \quad C_2 = 71.8787$$

$$C = C_1 + C_2 = 26.3295 + 71.8787 = 98.21°$$

Calculons la surface

$$A = \frac{1}{2} BA \times BC \times \sin\ B + \frac{1}{2} AD \times CD \times \sin\ D$$

$$= \frac{1}{2}\left(8 \times 10 \times \sin 120 + 15 \times 7 \times \sin\ 81.7869\right)$$

$$\boxed{A = 86.6\ \ m^2}$$

EXTRI012 – Liège, juillet 2000.

Si

$$\tan x+\sin x=m \quad et \quad \tan x-\sin x=n$$

quand a-t-on l'égalité ?

$$m^2-n^2=4\sqrt{mn}$$

$CE : x \neq \pm\frac{\pi}{2}+2k\pi$

On voit immédiatement que le système admet comme solution : $x=k\pi$

Dans les autres cas :

$$\begin{cases}\tan x+\sin x=m\\ \tan x-\sin x=n\end{cases} \rightarrow \begin{cases}(\tan x+\sin x)^2=m^2\\ (\tan x-\sin x)^2=n^2\end{cases}$$

$$\begin{cases}\tan^2 x+2\tan x\sin x+\sin^2 x=m^2\\ \tan^2 x-2\tan x\sin x+\sin^2 x=n^2\end{cases}$$

$$\rightarrow 4\tan x\sin x=m^2-n^2 \rightarrow \tan x\sin x=\frac{\sin^2 x}{\cos x}=\frac{m^2-n^2}{4}$$

Or on a également:

$$\begin{cases}\tan x+\sin x=m\\ \tan x-\sin x=n\end{cases} \rightarrow \tan^2 x-\sin^2 x=mn$$

$$\rightarrow \frac{\sin^2 x-\sin^2 x\cos^2 x}{\cos^2 x}=\frac{\sin^2 x\left(1-\cos^2 x\right)}{\cos^2 x}=\frac{\sin^4 x}{\cos^2 x}=mn \rightarrow \frac{\sin^2 x}{\cos x}=\pm\sqrt{mn}$$

1) $\underline{\frac{\sin^2 x}{\cos x}\geq 0} \quad \rightarrow \quad \cos x\geq 0 \quad \rightarrow \quad -\frac{\pi}{2}\leq x\leq\frac{\pi}{2}$

Avec la CE : $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$

Dans ce cas, l'égalité : $m^2-n^2=4\sqrt{mn}$ est toujours vérifiée

2) $\underline{\frac{\sin^2 x}{\cos x}<0} \qquad \cos x<0 \quad \rightarrow \frac{\pi}{2}<x<\frac{3\pi}{2}$

Dans ce cas, l'égalité est impossible car on a alors $m^2-n^2=-\sqrt{mn}$

<u>Conclusion</u> $\boxed{-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad x=k\pi}$

Résolu le 18 février 2002. Modifié le 29 juin 2004

EXTRI013 – Liège, juillet 2000.

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 2\sin x = \cos y \\ \sin^2 x + \sin^2 y + \cos y + 0.75 = 0 \end{cases}$$

et représenter sur le cercle trigonométrique.

$$\begin{cases} 2\sin x = \cos y \\ \sin^2 x + \sin^2 y + \cos y + 0.75 = 0 \end{cases}$$

$\rightarrow \quad \sin^2 x + 1 - \cos^2 y + 2\sin x + 0.75 = 0$ car $\sin^2 y = 1 - \cos^2 y$ et $\cos y = 2\sin x$

$\sin^2 x - 4\sin^2 x + 2\sin x + 1.75 = 0$ car $\cos^2 y = 4\sin^2 y$

$-3\sin^2 x + 2\sin x + 1.75 = 0$ qui est une équation du second dégré en $\sin x$

$$\sin x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 3\times 1.75}}{-3} = -\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x_2 = \dfrac{7\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\rightarrow \quad 2\times\left(-\frac{1}{2}\right) = \cos y \rightarrow \cos y = -1 \rightarrow \boxed{y = (2k+1)\pi}.$$

Nous laissons le lecteur représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

Modifié 22 août 2005. Modifié 4 avril 2008 (Hadri14)

EXTRI014 – FACSA, ULiège, Liège, septembre 2000.

Résoudre l'équation suivante et représenter sur le cercle trigonométrique.

$$2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$$

et représenter sur le cercle trigonométrique.

$$2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$$

$$2\sin^2 x = 1 - \cos 2x \quad \Rightarrow \quad \cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x = -2$$

<u>Méthode 1</u> : (Voir note)

$$a\cos x + b\sin x = \frac{a}{\cos\varphi}\cos(x-\varphi) \text{ avec } \tan\varphi = \frac{b}{a}$$

$$\tan\varphi = \frac{b}{a} = -\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad \varphi = -60°$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{\cos(-60)}\cos(2x+60) = -2 \quad \Rightarrow \quad \cos(2x+60) = -1$$

$$2x + 60 = 180 + 2k180 \quad \Rightarrow \quad x = 60 + k180$$

<u>Méthode 2</u> : (Voir note)

$$a\cos x + b\sin x = \sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\alpha) \text{ avec } \cos\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3+1}} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 150°$$

$$\Rightarrow \quad 2\sin(2x+150) = -2$$

$$2x + 150 = -90 + 2k180 \quad \Rightarrow \quad x = 60 + k180$$

le lecteur représentera les solutions sur le cercle trigonométrique.

Note - Résolution de l'équation : $a\cos x + b\sin x = c$

Méthode 1

On réarrange : $a\cos x + b\sin x = c \Rightarrow \cos x + \frac{b}{a}\sin x = \frac{c}{a}$

On pose $\frac{b}{a} = \tan\varphi$, et donc $\varphi = \arctan b$.

On alors :

$$\cos x + \tan\varphi \sin x = \frac{c}{a} \Rightarrow \cos x + \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}\sin x = \frac{c}{a} \Rightarrow \cos x\cos\varphi + \sin x\sin\varphi = \frac{c}{a}\cos\varphi$$

Ou encore : $\cos(x-\varphi) = \frac{c}{a}\cos\varphi$ qui est une équation qui se résoud facilement.

Une variante consiste à poser $\frac{a}{b} = \tan\varphi$, ce qui conduit à $\sin(x+\varphi) = \frac{c}{b}\cos\varphi$.

Méthode 2.

On pose : $\sin\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ et $\cos\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

On vérifie facilement que $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

L'équation devient : $\sqrt{a^2+b^2}\,(\sin\alpha\cos x + \cos\alpha\sin\alpha) = c$

$\Rightarrow \sin(x+\alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$ qui est aussi facile de résoudre.

Modifié le 5 septembre 2018

EXTRI015 – FSA, ULG, Liège, juillet 1999.
FACSA, ULB, Bruxelles, juillet 2009

Résoudre

$$1+\sin x+\sin 2x+\sin 3x=\cos x-\cos 2x+\cos 3x$$

Rappel : les formules de Simpson

$$\begin{array}{ccccl}
\sin\alpha & + & \sin\beta & = & 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}.\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \\
\sin\alpha & - & \sin\beta & = & 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}.\sin\frac{\alpha-\beta}{2} \\
\cos\alpha & + & \cos\beta & = & 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}.\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \\
\cos\alpha & - & \cos\beta & = & -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}.\sin\frac{\alpha-\beta}{2}
\end{array}$$

Méthode 1

$$\sin x+\sin 2x+\sin 3x=\cos x-\cos 2x+\cos 3x-1$$

$$\underbrace{\sin x+\sin 3x}_{\text{Simpson}}+\sin 2x=\underbrace{\cos x+\cos 3x}_{\text{Simpson}}-\underbrace{(\cos 2x+1)}_{2\cos^2 x}$$

$$\cancel{2}\sin 2x\cos x+\cancel{2}\sin x\cos x=\cancel{2}\cos 2x\cos x-\cancel{2}\cos^2 x$$

$$1)\ \cos x=0 \quad\rightarrow\quad \boxed{x=\pm\frac{\pi}{2}+2k\pi}$$

Il reste :

$$\underbrace{\sin 2x+\sin x}_{\text{Simpson}}=\underbrace{\cos 2x-\cos x}_{\text{Simpson}}$$

$$\cancel{2}\sin\frac{3x}{2}\cos\frac{x}{2}=-\cancel{2}\sin\frac{3x}{2}\sin\frac{x}{2}$$

$$2)\ \sin\frac{3x}{2}=0 \quad\rightarrow\quad \begin{cases}\frac{3}{2}x=2k\pi & \rightarrow\ \boxed{x=\frac{4k\pi}{3}} \\ \frac{3}{2}x=\pi+2k\pi & \rightarrow\ \boxed{x=\frac{2\pi}{3}+\frac{4k\pi}{3}}\end{cases}$$

Il reste :

$$\cos\frac{x}{2}=-\sin\frac{x}{2}\rightarrow\cos\frac{x}{2}=\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$3)\ \begin{cases}\frac{x}{2}=\frac{x}{2}+\frac{\pi}{2}+2k\pi & \rightarrow \text{Impossible} \\ \frac{x}{2}=-\frac{x}{2}-\frac{\pi}{2}+2k\pi & \rightarrow x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi \qquad \text{Solution déjà identifiée en 1)}\end{cases}$$

Méthode 2

$$1+\sin x+\sin 2x+\sin 3x=\cos x-\cos 2x+\cos 3x$$

$$1+\sin x+\sin 2x+\sin x\cos 2x+\cos x\sin 2x$$
$$-\cos x+\cos 2x-\cos x\cos 2x+\sin x\sin 2x=0$$

$$1+\sin x-\cos x+\left(1+\sin x-\cos x\right)\cos 2x+\left(1+\cos x+\sin x\right)\sin 2x=0$$

$$\left(1+\sin x-\cos x\right)\left(1+\cos 2x\right)+\left(1+\cos x+\sin x\right)\sin 2x=0$$

$$2\left(1+\sin x-\cos x\right)\cos^2 x+2\sin x\cos x\left(1+\cos x+\sin x\right)=0$$

$$\rightarrow\ 1)\ \cos x=0\ \rightarrow\ x=\pm\frac{\pi}{2}+2k\pi$$

Il reste:

$$\left(1+\sin x-\cos x\right)\cos x+\sin x\left(1+\cos x+\sin x\right)=0$$

$$\cos x+\sin x\cos x-\cos^2 x+\sin x+\sin x\cos x+\sin^2 x=0$$

$$\cos x+\sin 2x+\sin x-\cos 2x=0$$

$$2\sin\frac{3x}{2}\cos\frac{x}{2}-2\sin\frac{3x}{2}\sin\left(-\frac{x}{2}\right)=0$$

$$\rightarrow\ 2)\ \sin\frac{3x}{2}=0\ \rightarrow\ \begin{cases} x=\dfrac{4k\pi}{3} \\ x=\dfrac{2\pi}{3}+\dfrac{4k\pi}{3}\end{cases}$$

Il reste $\cos\frac{x}{2}-\sin\left(-\frac{x}{2}\right)=0\rightarrow\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}=0$

$$\rightarrow\ \sin\frac{x}{2}=-\cos\frac{x}{2}=\cos\left(\pi-\frac{x}{2}\right)\rightarrow\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{x}{2}\right)=\cos\left(\pi-\frac{x}{2}\right)$$

$\rightarrow$ 3) a) $\frac{\pi}{2}-\frac{x}{2}=\pi-\frac{x}{2}+2k\pi$ Impossible.

b) $\frac{\pi}{2}-\frac{x}{2}=-\pi+\frac{x}{2}+2k\pi$

$x=\frac{3\pi}{2}+2k\pi$ Déjà trouvé en 1)

EXTRI016 – FACSA, ULG, Liège, septembre 1999.

Résoudre l'équation

$$\tan x + \tan 2x + \tan 3x = 0$$

Expliciter les conditions d'existence. Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

Nous reprenons la solution proposée par l'université :
http://www.ingveh.ulg.ac.be/fr/Examen_Admission/TrigoSolSept2009.pdf

Solution 1

Les conditions d'existence sont liées à l'existence de $\tan x, \tan 2x$ et $\tan 3x$.

Celles-ci étant remplies, on peut écrire

$$\tan x + \tan 2x + \frac{\tan x + \tan 2x}{1 - \tan x \tan 2x} = 0 \rightarrow \frac{(\tan x + \tan 2x)(1 - \tan x \tan 2x + 1)}{1 - \tan x \tan 2x} = 0$$

• $\tan x + \tan 2x = 0$

$$\tan 2x = -\tan x \rightarrow 2x = -x + k\pi \rightarrow 3x = k\pi \rightarrow \boxed{x = k\frac{\pi}{3}}$$

• $\tan x \tan 2x = 2$

$$\tan x \frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x} = 2 \rightarrow 2\tan^2 x = 2 - 2\tan^2 x \rightarrow 4\tan^2 x = 2 \rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \tan x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow x = \pm \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + k\pi = \boxed{\pm 0.6155 \text{ rad} + k\pi}$$

$$= \pm 35,2644° + k180° = \pm 35°15'52" + k180°$$

La représentation sur le cercle trigonométrique est laissée au soin du lecteur.

Solution 2

L'équation s'écrit :

$$\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\sin 2x}{\cos 2x}+\frac{\sin 3x}{\cos 3x}=0$$

$$\rightarrow \frac{\sin x\cos 2x\cos 3x+\sin 2x\cos x\cos 3x+\sin 3x\cos x\cos 2x}{\cos x+\cos 2x+\cos 3x}=0$$

Etant donné que $\cos x,\cos 2x$ et $\cos 3x$ ne peuvent être nuls à cause des conditions d'existence, on obtient :

$$\sin x\cos 2x\cos 3x+\sin 2x\cos x\cos 3x+\sin 3x\cos x\cos 2x=0$$

$$\rightarrow \left(\sin x\cos 2x+\sin 2x\cos x\right)\cos 3x+\sin 3x\cos x\cos 2x=0$$

$$\rightarrow \sin 3x\cos 3x+\sin 3x\cos x\cos 2x=0$$

On obtient alors deux familles de solution :

- $\sin 3x=0$

$$\sin 3x=0\rightarrow x=k180°\rightarrow \boxed{x=k60°}$$

- $\cos 3x+\cos x\cos 2x=0$

$$\cos 3x+\cos x\cos 2x=0$$

$$\rightarrow \cos 2x\cos x-\sin 2x\sin x+\cos x\cos 2x=0$$

$$\rightarrow \left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)\cos x-2\sin^2 x\cos x+\cos x\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)=0$$

$$\rightarrow 2\cos^3 x-4\sin^2\cos x=0$$

$$\rightarrow 2\cos^3 x-2\left(1-\cos^2 x\right)\cos x=0$$

$$\rightarrow 3\cos^3 x-2\cos x=0$$

$$\rightarrow \cos x\left(3\cos^2 x-2\right)=0$$

La solution $\cos x=0$ est à rejeter par les conditions d'existence. On obtient donc la seconde solution :

$$3\cos^2 x=2\rightarrow \cos^2 x=\frac{2}{3}\rightarrow \cos x=\pm\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\rightarrow \boxed{x=\pm 35.2644°+k180°=\pm 35°12'52''+k180°}$$

Le 16 août 08

EXTRI017 – FSA, ULG, Liège, juillet 1998.

Résoudre et représenter sur le cercle trigonométrique.

$$\frac{1-\sin\ x}{1+\sin\ x}=\tan^2 2x$$

$$\frac{1-\sin x}{1+\sin x}=\tan^2 2x$$

$$CE:\ x\neq-\frac{\pi}{2}\quad x\neq\pm\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1-\sin x}{1+\sin x}=\frac{\sin^2 2x}{\cos^2 2x}=\frac{4\sin^2 x\cos^2 x}{\cos^2 2x}=\frac{4\sin^2 x\left(1-\sin^2 x\right)}{\cos^2 2x}$$

$$\rightarrow\quad 1)\quad 1-\sin x=0\ \rightarrow\ x=\frac{\pi}{2}+2k\pi$$

Il reste

$$\frac{1}{1+\sin x}=\frac{4\sin^2 x\left(1+\sin x\right)}{\cos^2 2x}$$

$$\left(1-2\sin^2 x\right)^2=4\sin^2 x\left(1+\sin x\right)^2$$

$$a)\ 1-2\sin^2 x=2\sin x\left(1+\sin x\right)$$

$$4\sin^2 x+2\sin x-1=0\quad\rightarrow\quad\sin x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{4}$$

$$\rightarrow\quad 2)\quad\begin{cases}x=\dfrac{\pi}{10}+2k\pi\\[2mm] x=\dfrac{9\pi}{10}+2k\pi\end{cases}\quad\text{ou}\quad\begin{cases}x=-\dfrac{3\pi}{10}+2k\pi\\[2mm] x=\dfrac{13\pi}{10}+2k\pi\end{cases}$$

$$b)\ 1-2\sin^2 x=-2\sin x\left(1+\sin x\right)\rightarrow 1-\cancel{2\sin^2 x}=-2\sin x-\cancel{2\sin^2 x}$$

$$\sin x=-\frac{1}{2}\quad\rightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{\pi}{6}+2k\pi\\[2mm] x=\dfrac{7\pi}{6}+2k\pi\end{cases}$$

Solution proposée par Dickes Rémi

$$\frac{1-\sin x}{1+\sin x}=\tan^2 2x$$

$$CE: x \neq -\frac{\pi}{2}+2k\pi; \quad x \neq \pm\frac{\pi}{4}+k\pi$$

On transforme :

$$\frac{1-\sin x}{1+\sin x}=\frac{\sin^2 2x}{\cos^2 2x} \to \frac{1-\sin x}{1+\sin x}=\frac{\frac{1-\cos 4x}{2}}{\frac{1+\cos 4x}{2}} \to \frac{1-\sin x}{1+\sin x}=\frac{1-\cos 4x}{1+\cos 4x}$$

$$\to (1-\sin x)(1+\cos 4x)=(1+\sin x)(1-\cos 4x)$$

$$\to \cancel{1}+\cos 4x-\sin x-\cancel{\sin x\cos 4x}=\cancel{1}-\cos 4x+\sin x-\cancel{\sin x\cos 4x}$$

$$\to \cos 4x=\sin x \to \cos 4x=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$$

$$\to 4x=\pm\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+2k\pi \to \begin{cases} 5x=\frac{\pi}{2}+2k\pi \\ 3x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi \end{cases} \to \begin{cases} x=\frac{\pi}{10}+\frac{2k\pi}{5} \\ x=-\frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{6} \end{cases}$$

EXTRI018 – FSA, ULG, Liège, septembre 1998.

Résoudre et représenter sur le cercle trigonométrique.

$$\tan x = \frac{\tan 2x + 1}{\tan 2x - 1}$$

$$\tan x = \frac{\tan 2x + 1}{\tan 2x - 1}$$

$$CE: \quad x \neq \pm\frac{\pi}{2} \qquad x \neq \pm\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\sin 2x}{1+\cos 2x} = \frac{\frac{\sin 2x}{\cos 2x}+1}{\frac{\sin 2x}{\cos 2x}-1} = \frac{\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x - \cos 2x}$$

$$\sin^2 2x - \sin 2x \cos 2x = \sin 2x + \cos 2x + \sin 2x \cos 2x + \cos^2 2x$$

$$\sin^2 2x - \cos^2 2x - 2\sin 2x \cos 2x = \sin 2x + \cos 2x$$

$$-\cos 4x - \sin 4x = \sin 2x + \cos 2x$$

$$\sin 2x + \sin 4x = -(\cos 4x + \cos 2x)$$

$$\sin 3x \cos x = -\cos 3x \cos x$$

$$1) \quad \cos x = 0 \qquad A\, rejeter\, car\, CE$$

Il reste :

$$\sin 3x = -\cos 3x \quad \rightarrow \quad \tan 3x = -1$$

$$2) \quad x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}$$

EXTRI019 – FSA, ULG, Liège, juillet 1997.

Résoudre et représenter sur le cercle trigonométrique.

$$3\cos x + 4\sin\ x = 2$$

$3\cos x + 4\sin\ x = 2$

$\tan\ \varphi = \dfrac{4}{3} \ \rightarrow \ \varphi = 53.13° \ \rightarrow \ \dfrac{3}{\cos 53.13}\cos(x - 53.13) = 2$

$\cos\ (x - 53.13) = 0.4$

$\rightarrow \ \begin{cases} x + 119.5518 + 2k180 \\ x = -13.2918 + 2k180 \end{cases}$