Exercices résolus de mathématiques.

Trigonométrie
Calcul numérique

TRI 21

EXTRI210-EXTRI219

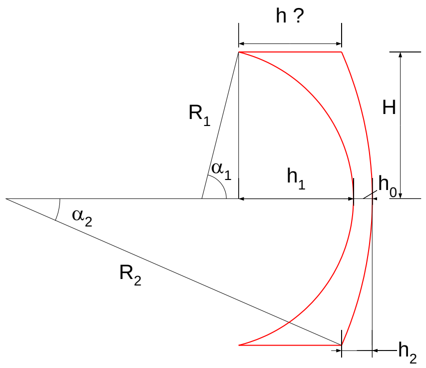
http://www.matheux.c.la

Jacques Collot
Benoit Baudelet – Steve Tumson

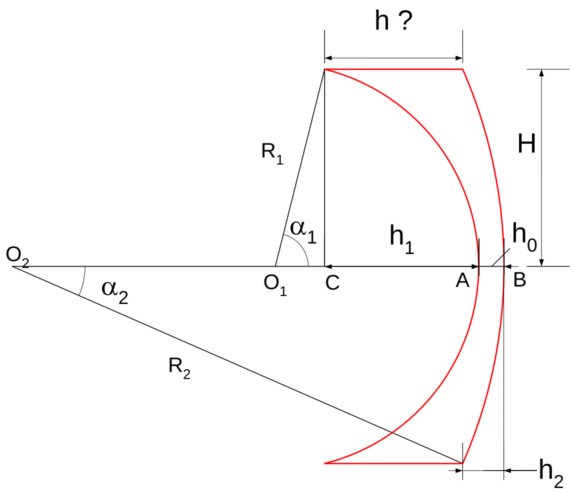
Juillet 08

EXTRI210 – Liège, septembre 2006

Le ménisque convergent représenté à la figure est limité à gauche par un arc de cercle de rayon R_1 = 50 mm et à droite par un arc de cercle de rayon R_2 = 1000 mm



Ménisque convergent



On a immédiatement :
$$\begin{cases} H = R_1 \sin\alpha_1 \rightarrow \sin\alpha_1 = \dfrac{H}{R_1} \rightarrow \cos\alpha_1 = \sqrt{1-\dfrac{H^2}{R_1^2}} \\ H = R_2 \sin\alpha_2 \rightarrow \sin\alpha_2 = \dfrac{H}{R_2} \rightarrow \cos\alpha_2 = \sqrt{1-\dfrac{H^2}{R_2^2}} \end{cases}$$

De plus :

$$O_1C = R_1\cos\alpha_1 \rightarrow h_1 = OA - O_1C = R_1\left(1-\sqrt{1-\frac{H^2}{R_1^2}}\right) = 50\times\left(1-\sqrt{1-\frac{32.5^2}{50^2}}\right) = 12\ mm$$

De même :

$$h_2 = O_2B - R_2\cos\alpha_2 = R_2\left(1-\sqrt{1-\frac{H^2}{R_2^2}}\right) = 1000\times\left(1-\sqrt{1-\frac{32.5^2}{1000^2}}\right) = 0.528\ mm$$

Pour trouver h :

$$h + h_2 = h_1 + h_0 \rightarrow h = h_0 + h_1 - h_2 = 2 + 12 - 0.528 = 13.472\ mm$$

Conclusion : $\boxed{h_1 = 12\ mm;\ \ h_2 = 0.528\ mm;\ h = 13.472\ mm}$

Le 24 décembre 2006

EXTRI211 – Bruxelles, juillet 2006

Résoudre l'équation

$$\sin x+\sin 2x+\sin 3x=\cos x+\cos 3x-1-\cos 2x$$

Utilisons Simpson

$\sin x+\sin 2x+\sin 3x=\cos x+\cos 3x-1-\cos 2x$

$2\sin 2x\cos x+\sin 2x=2\cos 2x\cos x-\cos 2x-1$

Or $\cos 2x+1=2\cos^2 x$

$\rightarrow \sin 2x(2\cos x+1)=2\cos x(\cos 2x-\cos x)$

$\rightarrow 2\sin x\cos x(2\cos x+1)=2\cos x(\cos 2x-\cos x) \qquad (1)$

<u>1er solution</u> : $\cos x=0\rightarrow x=(2k+1)\dfrac{\pi}{2}$

L'équation (1) devient : $2\sin x\cos x+\sin x=\cos 2x-\cos x$

$\rightarrow \sin 2x+\sin x=\cos 2x-\cos x$

Utilisons denouveau Simpson $\rightarrow 2\sin\dfrac{3x}{2}\cos\dfrac{x}{2}=-2\sin\dfrac{3x}{2}\sin\dfrac{x}{2} \qquad (2)$

<u>2ème solution</u> : $\sin\dfrac{3x}{2}=0\rightarrow \dfrac{3x}{2}=k\pi\rightarrow x=\dfrac{2k\pi}{3}$

L'équation (2) devient : $\cos\dfrac{x}{2}=-\sin\dfrac{x}{2}$

$\rightarrow \tan\dfrac{x}{2}=-1\rightarrow \dfrac{x}{2}=\dfrac{3\pi}{4}+k\pi\rightarrow x=\dfrac{3\pi}{2}+2k\pi$

Cette solution est incluse dans la deuxième

Conclusion: $\boxed{x=(2k+1)\dfrac{\pi}{2}\quad \text{et} \quad x=\dfrac{2k\pi}{3}}$

Le 30 janvier 2006

EXTRI212 – Bruxelles, juillet 2006

Soit l'équation (m est un paramètre réel)

$$\sin x + m\cos x = 2m$$

Déterminer *m* pour que cette équation admette deux solutions ayant pour somme 2π/3.
Calculer ces solutions.

Soient α et β, les deux solutions. Nous avons $\alpha+\beta=\dfrac{2\pi}{3}\to\beta=\dfrac{2\pi}{3}-\alpha.$

Exprimons que α et $\dfrac{2\pi}{3}-\alpha.$ sont deux solutions.

$$\to\begin{cases}\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}-\alpha\right)+m\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}-\alpha\right)=2m\\ \sin\alpha+m\cos\alpha=2m\end{cases}$$

$$\to\begin{cases}\sin\dfrac{2\pi}{3}\cos\alpha-\cos\dfrac{2\pi}{3}\sin\alpha+m\cos\dfrac{2\pi}{3}\cos\alpha+m\sin\dfrac{2\pi}{3}\sin\dfrac{2\pi}{3}=2m\\ \sin\alpha+m\cos\alpha=2m\end{cases}$$

$$\to\begin{cases}\left(1+\sqrt{3}m\right)\sin\alpha+\left(\sqrt{3}-m\right)\cos\alpha=4m\\ \sin\alpha+m\cos\alpha=2m\end{cases}$$

Par Cramer, nous obtenons directement la solution de ce système :

$$\to\begin{cases}\sin\alpha=\dfrac{\begin{vmatrix}4m & \sqrt{3}-m\\ 2m & m\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1+\sqrt{3}m & \sqrt{3}-m\\ 1 & m\end{vmatrix}}=\dfrac{4m-2m\sqrt{3}+2m^2}{2m+m^2\sqrt{3}-\sqrt{3}}=\dfrac{2m\sqrt{3}\left(\sqrt{3}m-1\right)}{\left(m+\sqrt{3}\right)\left(m\sqrt{3}-1\right)} & (1)\\ \cos\alpha=\dfrac{\begin{vmatrix}1+\sqrt{3}m & 4m\\ 1 & 2m\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1+\sqrt{3}m & \sqrt{3}-m\\ 1 & m\end{vmatrix}}=\dfrac{2m+2m^2\sqrt{3}-4m}{2m+m^2\sqrt{3}-\sqrt{3}}=\dfrac{2m\left(m\sqrt{3}-1\right)}{\left(m+\sqrt{3}\right)\left(m\sqrt{3}-1\right)} & (2)\end{cases}$$

Avant de simplifier par $m\sqrt{3}-1$, nous devons envisager $\underline{\text{le cas } m=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}}$

L'aquation devient : $\sin x+\frac{1}{\sqrt{3}}\cos x=\frac{2}{\sqrt{3}}$

$\tan\varphi=\frac{1}{\sqrt{3}}\rightarrow\varphi=\frac{\pi}{6}\rightarrow\cos\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Donc $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=1\rightarrow x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+2k\pi\rightarrow x=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$

De cette série de solutions, il n'est pas possible d'en extraire deux dont la somme vaut $\frac{2\pi}{3}$. En effet, soient $\begin{cases}\alpha=\frac{2\pi}{3}+2k\pi\\ \beta=\frac{2\pi}{3}+2k'\pi\end{cases}\rightarrow\alpha+\beta=\frac{2\pi}{3}+2k\pi+\frac{2\pi}{3}+2k'\pi=\frac{2\pi}{3}$

$\rightarrow k-k'=-\frac{1}{3}$ et comme k et $k'\in\mathbb{N}$, c'est impossible.

Il nous faut envisager aussi $\underline{\text{le cas } m=-\sqrt{3}}$

L'équation devient : $\sin x-\sqrt{3}\cos x=-2\sqrt{3}$

$\tan\varphi=-\sqrt{3}\rightarrow\varphi=-\frac{\pi}{3}\rightarrow\cos\varphi=\frac{1}{2}$

$\rightarrow\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}>1$ donc équation impossible

Effectuons donc la simplification. (1) et (2) deviennent :

$$\begin{cases}\sin\alpha=\dfrac{2m\sqrt{3}}{\left(m+\sqrt{3}\right)}\\ \cos\alpha=\dfrac{2m}{\left(m+\sqrt{3}\right)}\end{cases}\quad\text{or } \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\rightarrow\frac{12m^2}{\left(m+\sqrt{3}\right)^2}+\frac{4m^2}{\left(m+\sqrt{3}\right)^2}=1$$

$$\rightarrow 16m^2=m^2+2\sqrt{3}m+3\rightarrow 15m^2-2\sqrt{3}m-3=0\rightarrow m=\frac{\sqrt{3}\pm4\sqrt{3}}{15}\rightarrow\begin{cases}m_1=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\\ m_2=-\dfrac{\sqrt{3}}{5}\end{cases}$$

Le cas $m=\frac{\sqrt{3}}{3}$ a déjà été envisagé. Il reste $m=-\frac{\sqrt{3}}{5}$

L'équation devient : $\sin x-\frac{\sqrt{3}}{5}\cos x=-2\frac{\sqrt{3}}{5}$

$\rightarrow \tan\varphi=-\frac{\sqrt{3}}{5}\rightarrow \varphi=-0.33347\rightarrow \cos\varphi=0.9449$

$\rightarrow \sin\left(x-0.33347\right)=-0.65465\rightarrow \begin{cases} x=-0.713724+0.33347+2k\pi \\ x=\pi+0.713724+0.33347+2k\pi \end{cases}$

$\begin{cases} x=-0.380251+2k\pi \\ x=4.188789+2k\pi \end{cases}$

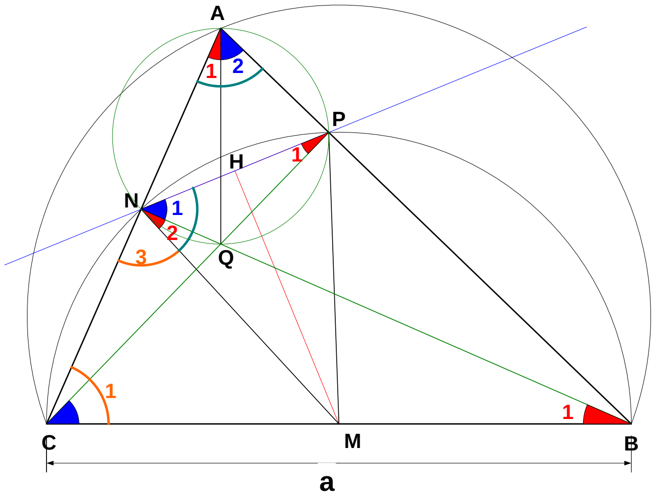
Or $4.188789\cong\frac{4\pi}{3}$. Ce qui nous donne comme couple de solutions

$x_1=\frac{4\pi}{3}$ et $x_2=\frac{4\pi}{3}-2\pi=-\frac{2\pi}{3}$ qui vérifie $x_1+x_2=\frac{2\pi}{3}$

Le 30 janvier 2006

EXTRI213 – Louvain, juillet 2006

Dans un triangle *ABC*, calculer la distance du milieu du côté *BC* à la droite qui joint les pieds des hauteurs issus de *B* et de *C*. Exprimer la solution en fonction de $a = BC$ et de l'angle opposé *A*.
En premier lieu, représentez graphiquement le problème posé.



Notons que le sommet *A* est situé sur l'arc capable du segment *BC*.

Les points *ANQP* sont cocycliques puisque *ANQ* et *APQ* sont des triangles rectangles qui ont la même hypoténuse.

$$\rightarrow \begin{cases} \widehat{N_1} = \widehat{A_2} \\ \widehat{P_1} = \widehat{A_1} \quad (1) \end{cases} \text{ car ce sont des angles inscrits qui interceptent les mêmes arcs.}$$

Les points *CNPB* sont aussi cocycliques puisque *CNB* et *CPB* sont deux triangles rectangles qui ont la même hypoténuse. Les points C, N, D et P sont situés sur un cercle de diamètre *CB* et de centre M, milieu de *CB*

$\rightarrow \widehat{P_1} = \widehat{B_1}$ car interceptent le même arc. Et donc avec $(1) \rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{A_1} \quad (2)$

De plus, Le triangle CNM est isocèle puisque $CM = NM \rightarrow \widehat{C_1} = \widehat{N_3}$

$$\text{Mais} \begin{cases} \widehat{N_3} \text{ et } \widehat{N_2} \text{ sont complémentaires} \\ \widehat{B_1} \text{ et } \widehat{C_1} \text{ sont complémentaires} \end{cases} \rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{N_2}. \text{ Et donc avec } (2) \rightarrow \widehat{N_2} = \widehat{A_1}$$

$$\text{Finalement, nous déduisons que } \begin{cases} \widehat{N_1} = \widehat{A_2} \\ \widehat{N_2} = \widehat{A_1} \end{cases} \rightarrow \widehat{N_1} + \widehat{N_2} = \widehat{A_1} + \widehat{A_2} = \widehat{A}$$

Finalement, dans le triangle rectangle NHM :

$$\rightarrow HM = NM \sin\left(\widehat{N_1 + N_2}\right) = \frac{a}{2} \sin A \rightarrow \boxed{HM = \frac{a \sin A}{2}}$$

Le 17 avril 2007

EXTRI214 – Louvain, juillet 2006

On donne l'équation en x

$$\left(2\cos a-1\right)x^2-4x+4\cos a+2=0$$

Pour quelles valeurs de a les racines sont-elles réelles et distinctes ?

Pour que cette équation ait deux racines réelles distinctes, il faut que son Δ soit positif.
Comme le coefficient de x est paire, calculons le Δ'

$$\Delta' = 4-\left(2\cos a-1\right)\left(4\cos a+2\right)=4-8\cos^2 a-2=6-8\cos^2 a$$
$$=2\left(3-4\cos^2 a\right)=2\left(\sqrt{3}-2\cos a\right)\left(\sqrt{3}+2\cos a\right)$$

1) $\sqrt{3}-2\cos a=0 \to \cos a=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \quad \to a=\pm\dfrac{\pi}{6}+2k\pi$

2) $\sqrt{3}+2\cos a=0 \to \cos a=-\dfrac{\sqrt{3}}{2} \to a=\pm\dfrac{5\pi}{6}+2k\pi$

Comme Δ' est une fonction périodique de période 2π, établissons le tableau de signe sur seulement l'intervalle $\left[-\pi,\pi\right]$.

	$-\pi$		$-\dfrac{5\pi}{6}$		$-\dfrac{\pi}{6}$		$+\dfrac{\pi}{6}$		$+\dfrac{5\pi}{6}$		π
$\sqrt{3}-2\cos a$	+	+	+	+	0	−	0	+	+	+	+
$\sqrt{3}+2\cos a$	−	−	0	+	+	+	+	+	0	−	−
Δ'	−	−	0	+	0	−	0	+	0	−	−

<u>Conclusion</u>

Sur l'intervalle $\left[-\pi,\pi\right]$: $\boxed{a\in\left]-\dfrac{5\pi}{6},-\dfrac{\pi}{6}\right[\cup\left]\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{6}\right[}$

Le 17 avril 2007

EXTRI215 – Louvain, juillet 2006

Pour les affirmations suivantes, cochez vrai si l'affirmation est vraie ou faux si l'affirmation est fausse.

• La moyenne de n'importe quelle paire d'angles d'un triangle est supérieure à 90°

vrai □ faux □

• La solution **unique** de 3 sin *a* + 4 cos *a* = 5 est sin *a* = 3/5 et cos *a* = 4/5

vrai □ faux □

• $(\sin a \cos b + \cos a \sin b)^2 + (\cos a \cos b - \sin a \sin b)^2 = 2$.

vrai □ faux □

• Dans un triangle rectangle en *A*, on a $\sin C - \cos C = \cos B - \sin B$

vrai □ faux □

---

1) Faux

2) Soit $\sin a = x$ et $\cos a = y$.

Il nous faut résoudre le système suivant : $\begin{cases} 3x+4y=5 \\ x^2+y^2=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y=\dfrac{5-3x}{4} \\ x^2+\left(\dfrac{5-3x}{4}\right)=1 \end{cases}$

$$\rightarrow 16x^2+25-30x+9x^2=16 \rightarrow (5x-3)^2=0 \rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3}{5} \\ y=\dfrac{4}{5} \end{cases}$$

Il n'y a donc qu'une seule solution

3) $(\sin a \cos b + \cos a \sin b)^2 + (\cos a \cos b - \sin a \sin b)^2$

$= \sin^2(a+b) + \cos^2(a+b) = 1$

$\rightarrow$ Faux

4) Dans un triangle rectangle en A: $\begin{cases} \sin C = \cos B \\ \cos C = \sin B \end{cases}$

$\rightarrow \sin C - \cos C = \cos B - \sin B \rightarrow$ Vrai

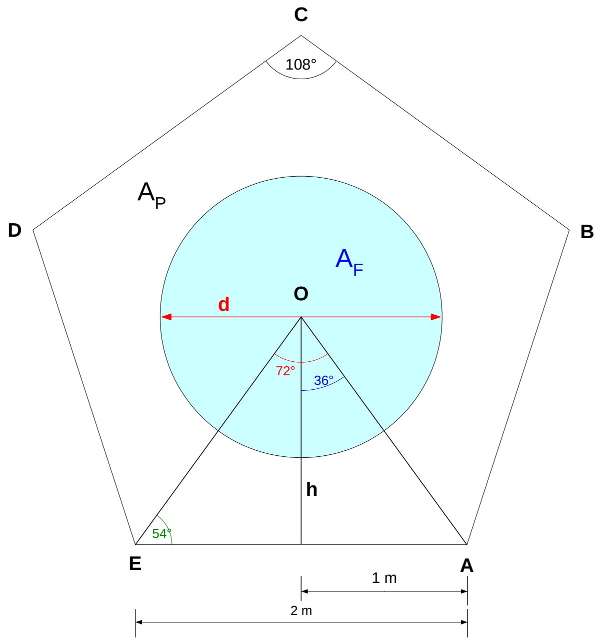
---

Le 17 avril 2007

EXTRI216 – Louvain, juillet 2006

Un parterre de fleurs a la forme d'un pentagone régulier dont le coté a une longueur de 2 mètres. On décide de mettre au centre de ce pentagone une fontaine circulaire d'un diamètre de ***d*** cm.

1. Faites un croquis de la situation et indiquez les mesures connues.
2. Comment choisir le diamètre ***d*** du cercle tel que la superficie restante du parterre mesure exactement 4 m2 ?
3. Comment choisir le diamètre ***d*** du cercle tel que la superficie restante du parterre est la moitié de la superficie originale ?



$h = 1 \times \tan 54°$

Surface du pentagone : $A = 5 \times \frac{2 \times \tan 54}{2} = 6.88\ m^2$

<u>1er cas</u> Surface du parterre: $A_P = 4\ m^2$

Surface de la fontaine : $A_F = A - 4 = 2.88\ m^2$

Diamètre de la fontaine : $d = \sqrt{\frac{4A_C}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 2.88}{\pi}} = \boxed{1.915\ m}$

<u>2ème cas</u> Surface du parterre : $A_P = \frac{A}{2}$

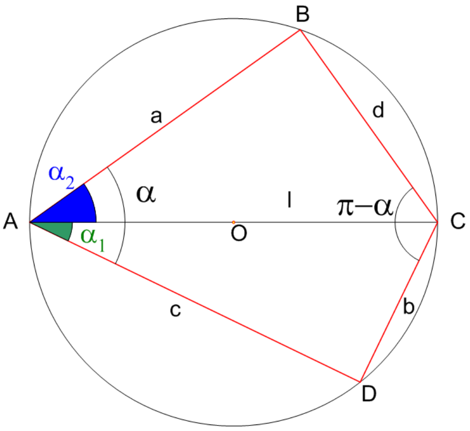
Surface de la fontaine : $A_F = \frac{A}{2} = \frac{6.88}{2.} = 3.44\ m^2$

Diamètre de la fontaine : $d = \sqrt{\frac{4A_C}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 3.44}{\pi}} = \boxed{2.093\ m}$

Le 17 avril 2007

EXTRI217 – Louvain, septembre 2006

Dans un quadrilatère *ABCD*, on donne les côtés opposés $AB = a$ et $CD = b$; on a aussi les angles *B* et *D* égaux à 90° et l'angle aigu *A* égal à α.
Calculer les côtés inconnus et l'aire *S* du quadrilatère.



Les triangles *ABC* et *ADC* étant rectangles, nous en tirons directement les relations suivantes :

$$\begin{cases} a = l\cos\alpha_2 \\ b = l\sin\alpha_1 \\ c = l\cos\alpha_1 \\ d = l\sin\alpha_2 \end{cases} \quad \text{De plus, } \alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

Nous avons alors : $d = l\sin\alpha_2 = l\sin(\alpha - \alpha_1) = l(\sin\alpha\cos\alpha_1 - \cos\alpha\sin\alpha_1)$

$$= l\left(\sin\alpha.\frac{c}{l} - \cos\alpha.\frac{b}{l}\right) = c\sin\alpha - b\cos\alpha \qquad (1)$$

De même : $c = l\cos\alpha_1 = l\cos(\alpha - \alpha_2) = l(\cos\alpha\cos\alpha_2 + \sin\alpha\sin\alpha_2)$

$$= l\left(\cos\alpha.\frac{a}{l} + \sin\alpha.\frac{d}{l}\right) = a\cos\alpha + d\sin\alpha \qquad (2)$$

(1) et (2) forment un système que nous pouvons résoudre facilement par la méthode de Cramer :

$$\begin{cases} c\sin\alpha - d = b\cos\alpha \\ c - d\sin\alpha = a\cos\alpha \end{cases} \to \begin{cases} c = \dfrac{\begin{vmatrix} b\cos\alpha & -1 \\ a\cos\alpha & -\sin\alpha \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sin\alpha & -1 \\ 1 & -\sin\alpha \end{vmatrix}} = \dfrac{\cos\alpha(-b\sin\alpha + a)}{-\sin^2\alpha + 1} = \dfrac{a - b\sin\alpha}{\cos\alpha} \\ d = \dfrac{\begin{vmatrix} \sin\alpha & b\cos\alpha \\ 1 & a\cos\alpha \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sin\alpha & -1 \\ 1 & -\sin\alpha \end{vmatrix}} = \dfrac{\cos\alpha(a\sin\alpha - b)}{-\sin^2\alpha + 1} = \dfrac{a\sin\alpha - b}{\cos\alpha} \end{cases}$$

L'aire du quadrilatère est la somme des aires des deux triangles

$$A = \frac{1}{2}c\,a\sin\alpha + \frac{1}{2}bd\sin(\pi - \alpha) = \frac{1}{2}\sin\alpha\left(\frac{a - b\sin\alpha}{\cos\alpha}.a + b.\frac{a\sin\alpha - b}{\cos\alpha}\right)$$

$$= \frac{\tan\alpha}{2}\left(a^2 - ab\sin\alpha + ab\sin\alpha - -b^2\right) = \frac{\tan\alpha}{2}\left(a^2 - b^2\right)$$

Conclusions:

$$\boxed{\begin{aligned} c &= \frac{a - b\sin\alpha}{\cos\alpha} \\ d &= \frac{a\sin\alpha - b}{\cos\alpha} \\ A &= \frac{\tan\alpha}{2}\left(a^2 - b^2\right) \end{aligned}}$$

Le 17 avril 2007

EXTRI218 – Louvain, septembre 2006

Résolvez en fonction de x l'inéquation suivante.

$$\frac{1-\sin x}{1-2\sin x}<\frac{1+\sin x}{1-4\sin^2 x}$$

$$\frac{1-\sin x}{1-2\sin x}<\frac{1+\sin x}{1-4\sin^2 x}\to\frac{1+\sin x}{1-4\sin^2 x}-\frac{1-\sin x}{1-2\sin x}>0$$

$$\to\frac{1+\sin x-(1-\sin x)(1+2\sin x)}{(1-2\sin x)(1+2\sin x)}>0\to\frac{\sin^2 x}{(1-2\sin x)(1+2\sin x)}>0$$

Cherchons les zéros des différents facteurs

a) $\sin^2 x=0\to x=k\pi$

b) $1-2\sin x=0\to\sin x=\frac{1}{2}\to\begin{cases}x=\frac{\pi}{6}+2k\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi\end{cases}$

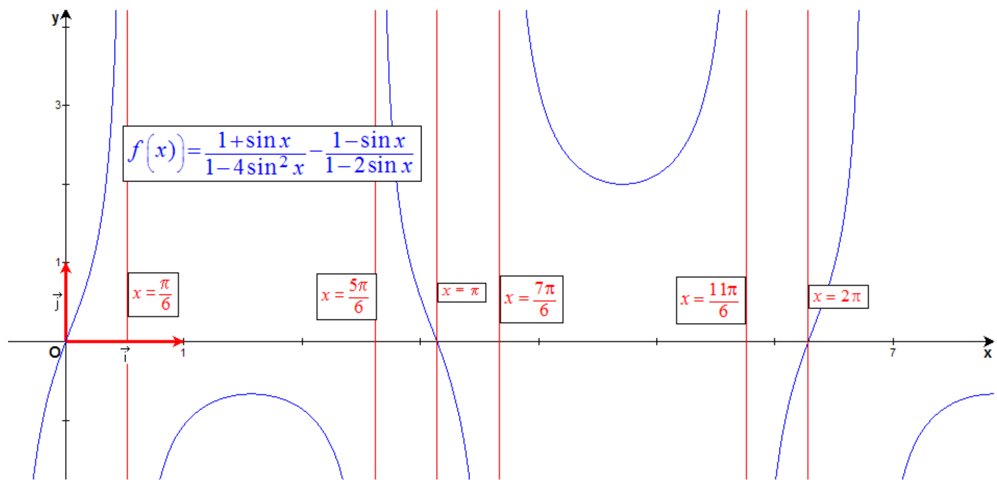
c) $1+\sin 2x=0\to\sin x=-\frac{1}{2}\to\begin{cases}x=\frac{11\pi}{6}+2k\pi\\ x=\frac{7\pi}{6}+2k\pi\end{cases}$

Ce qui permet de construire le tableau de signes suivant :

	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{5\pi}{6}$		π		$\frac{7\pi}{6}$		$\frac{11\pi}{6}$		2π
$\sin^2 x$	0	+	+	+	+	+	0	+	+	+	+	+	0
$1-2\sin x$	+	+	0	−	0	+	+	+	+	+	+	+	+
$1+2\sin x$	+	+	+	+	+	+	+	+	0	−	0	+	+
	0	+	∴	−	∴	+	0	+	∴	−	∴	+	0

<u>Conclusion</u>:

Sur l'intervalle $[0,2\pi]$ $\boxed{x\in\left]0;\frac{\pi}{6}\right[\cup\left]\frac{5\pi}{6};\pi\right[\cup\left]\pi;\frac{7\pi}{6}\right[\cup\left]\frac{11\pi}{6};2\pi\right[}$



Le 17 avril 2007

EXTRI219 – EPL, UCL, LLN, septembre 2006

Pour les affirmations suivantes, cochez la réponse correcte.

- La somme des deux plus petits angles d'un triangle obtus est

  a) inférieur à 90° ☐ b) supérieur à 90° ☐ c) égal à 90° ☐

- L'équation $\sin 2a = \cos 2a$ possède pour $0 < a < 360°$

  a) 2 solutions ☐ b) 4 solutions ☐ c) 8 solutions ☐

- Dans un triangle rectangle en A, soit AH la hauteur. Alors $BH.HC - AH^2$

  a) est égal à 0 ☐ b) est positif ☐ c) est négatif ☐

- Dans l'intervalle $160° < a < 350°$ la fonction $(1 - \cos 2a - \sin a)$ change

  a) 1 fois de signe ☐ b) 2 fois de signe ☐ c) 3 fois de signe ☐

---

1) Soit α l'angle obtu $\rightarrow \alpha > 90°$

$\alpha + \beta + \gamma = 180° \rightarrow \beta + \gamma = 180° - \alpha < 90° \rightarrow$ Solution a)

2) $\sin 2a = \cos 2a \rightarrow \tan 2a = 1 \rightarrow 2a = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \rightarrow a = \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{k\pi}{2}$

$\rightarrow$ Quatre solutions $\left(\dfrac{\pi}{8}, \dfrac{5\pi}{8}, \dfrac{9\pi}{8}, \dfrac{13\pi}{8}\right)$

3) C'est un théorème relatif au triangle rectangle

$AH^2 = BH \times HC \rightarrow$ Solution a)

4) Etudions le signe de la fonction $f(a) = 1 - \cos 2a - \sin a$

$\rightarrow f(a) = \cos^2 a + \sin^2 a - \cos^2 a + \sin^2 a - \sin a = \sin a(2\sin a - 1)$

	150		160		180		350		360
$\sin a$	+	+	+	+	0	–	–	–	0
$2\sin a - 1$	0	–	–	–	–	–	–	–	–
$f(a)$	0	–	–	–	0	+	+	+	0

Donc 1 seule changement de signe $]160°, 350°[$

Le 17 avril 2007