Exercices résolus de mathématiques.

Trigonométrie
Calcul numérique

TRI 29

EXTRI290-EXTRI299

http://www.matheux.c.la

Jacques Collot
Benoit Baudelet – Steve Tumson

Juillet 2010

EXTRI290 – FACSA, ULG, Liège, Juillet 10.

Montrer que l'on a

$$4\left(\cos^6 a-\sin^6 a\right)=\cos 2a\left(4-\sin^2 2a\right)$$

$$\begin{aligned}
4\left(\cos^6 a-\sin^6 a\right) &= 4\left(\cos^2 a-\sin^2 a\right)\left(\cos^4 a+\cos^2 a\sin^2 a+\sin^4 a\right)\\
&= 4\cos 2a\left(\left(\cos^2 a+\sin^2 a\right)^2-\cos^2 a\sin^2 a\right)\\
&= 4\cos 2a\left(1-\frac{1}{4}\sin^2 2a\right)\\
&= \cos 2a\left(4-\sin^2 2a\right)
\end{aligned}$$

Le 13 juillet 2010 (Relu Benoit Baudelet)

EXTRI291 – ERM, 2005, série 1.

Résoudre l'équation

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4}$$

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \sin^4 x + 2\sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = 2\sin^2 x\cos^2 x + \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)^2 = 2\sin^2 x\cos^2 x + \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 x\cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin^2 2x = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(a) $\sin 2x = +\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi & \rightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ 2x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi & \rightarrow x = \frac{3\pi}{8} + k\pi \end{cases}$

(b) $\sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi & \rightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\pi \\ 2x = -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi & \rightarrow x = -\frac{3\pi}{8} + k\pi \end{cases}$

Conclusion : $\boxed{x \in \left\{ \pm\frac{\pi}{8} + k\pi, \pm\frac{3\pi}{8} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}}$

21 avril 2011

EXTRI292 – FACSA, ULG, Liège, Juillet 10.

Calculer l'angle A d'un triangle non dégénéré, sachant que les côtés adjacents b et c sont de même longueur et que l'aire du triangle vaut 3 fois celle du cercle dont le troisième côté a est le diamètre. Exprimer le résultat en degrés, minutes, secondes.

Aire du triangle : $A_T = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} b^2 \sin A$

Aire du cercle : $A_C = \frac{\pi a^2}{4}$

On doit avoir : $A_T = 3A_C \rightarrow \frac{1}{2} b^2 \sin A = \frac{3\pi a^2}{4}$

Or : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 2b^2 (1 - \cos A)$

Donc : $\frac{1}{2} b^2 \sin A = \frac{3\pi}{4} 2b^2 (1 - \cos A) \rightarrow \sin A = 3\pi (1 - \cos A)$

$\rightarrow \sin A + 3\pi \cos A = 3\pi.$

On pose : $\tan \varphi = 3\pi \rightarrow \varphi = 83.94339 \rightarrow \cos \varphi = 0.105511$

$\rightarrow \sin(A + \varphi) = 3\pi \cos \varphi = 0.994418$

$$\rightarrow \begin{cases} A + \varphi = 83.94339 \rightarrow A = 0 \text{ A rejeter (triangle dégénéré)} \\ A + \varphi = 180 - 83.94339 \rightarrow \boxed{A = 12.11322° = 12°06'47.59"} \end{cases}$$

Solution proposée par Robert Moulan

Aire du triangle isocèle ABC (b=c et $\hat{B}=\hat{C}$) : $A_t=\frac{1}{2}$bcsin $A=\frac{1}{2}$b²sin A

Aire du cercle de diamètre BC=a : $A_c=\pi \frac{a^2}{4}$

Par hypothèse : $\frac{1}{2}$b²sin A=3.$\frac{\pi a^2}{4}$ d'où on tire facilement sin $A=\frac{3\pi}{2}.\frac{a^2}{b^2}$ (1)

De la relation des sinus dans un triangle, on tire : $\frac{a^2}{b^2}=\frac{\sin^2 A}{\sin^2 B}$ mais A=180°-2B

$\sin A = \sin 2B = 2\sin B \cos B$

$\sin^2 A = 4\sin^2 B.\cos^2 B$

Ainsi $\frac{a^2}{b^2}=\frac{4\sin^2 B\cos^2 B}{\sin^2 B}$=4cos²B et l'équation (1) devient :2sinB.cosB=$\frac{3\pi}{2}$4cos²B→tgB=3π =9,424778

B=83°56'36'' → 2B=167°53'12''→ $\boxed{\text{A=180°-2B=12°06'48''}}$

Le 13 juillet 2010 (Relu Benoit Baudelet). S.

EXTRI293 – FACSA, ULG, Liège, juillet 2010.
FACS, ULB, Bruxelles, juillet 2012.

Calculer la valeur de l'expression (sans l'aide de la calculatrice)

$$E = \tan 9° - \tan 27° - \tan 63° + \tan 81°$$

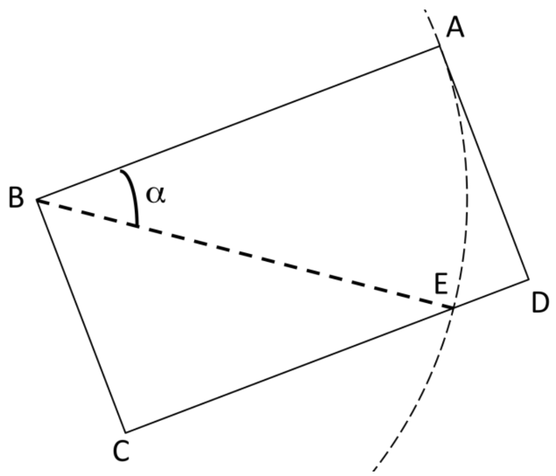
$$\begin{aligned}
&\tan 9° - \tan 27° - \tan 63° + \tan 81° \\
&= (\tan 9° + \tan 81°) - (\tan 27° + \tan 63°) \\
&= \frac{\sin 90°}{\cos 9° \cos 81°} - \frac{\sin 90°}{\cos 27° \cos 63°} && \text{car } \tan\alpha + \tan\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta} \\
&= \frac{\cos 27° \cos 63° - \cos 9° \cos 81°}{\cos 9° \cos 81° \cos 27° \cos 63°} \\
&= 2\frac{\cos 36° - \cos 90° - \cos 72° + \cos 90°}{(\cos 90° + \cos 72°)(\cos 90° + \cos 36°)} && \text{car } \cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\right) \\
&= 2\frac{\cos 36° - \cos 72°}{\cos 72° \cos 36°} \\
&= -4\frac{\sin 54° \sin(-18°)}{\cos 72° \cos 36°} && \text{car } \cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2} \\
&= 4\frac{\cos 36° \cos 72°}{\cos 72° \cos 36°} && \text{car } \begin{cases} \sin(-\alpha) = -\sin\alpha \\ \sin\alpha = \cos(90° - \alpha) \end{cases} \\
&= \boxed{4}
\end{aligned}$$

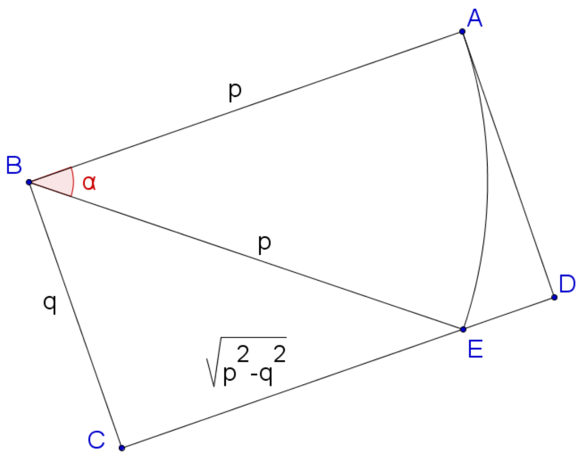
Le 13 juillet 2010 (Relu Benoit Baudelet)

EXTRI294 – EPL, UCL, Louvain, Juillet 2010 série 1.

Une pièce mécanique rectangulaire $ABCD$ est usinée $\left(\text{c.-à-d. découpée}\right)$ tangentiellement au côté AD en A, par une meule circulaire de centre B $\left(\text{voir le croquis ci-dessous}\right)$.

1) Trouvez l'expression de la surface de la découpe (c.-à-d. formée par l'arc AE et les côtés AD et DE) en fonction de la longueur (p) et de la largeur (q) de la pièce $ABCD$.
   Indiquezsur le croquis, les paramètres intermédiaires éventuellement utilisés.
2) Donnez l'angle α, la longueur CE et les surfaces ABE et BCE pour $p = 2$ dm et $q = \sqrt{2}$ dm.
3) Si on coupe ensuite la pièce selon BE et que l'on souhaite recycler la découpe BCE, quelle est l'expression de la surface maximale du rectangle que l'on peut y inscrire ?
   Développer le raisonnement mathématique $\left(\text{sans utiliser de valeurs numériques}\right)$.





1) L'aire cherchée est donnée par : $A_{ADE} = A_{ABCD} - A_{BCE} - A_{ABE}$

$$A_{ABCD} = pq$$

$$A_{BCE} = \frac{1}{2} q\sqrt{p^2 - q^2}$$

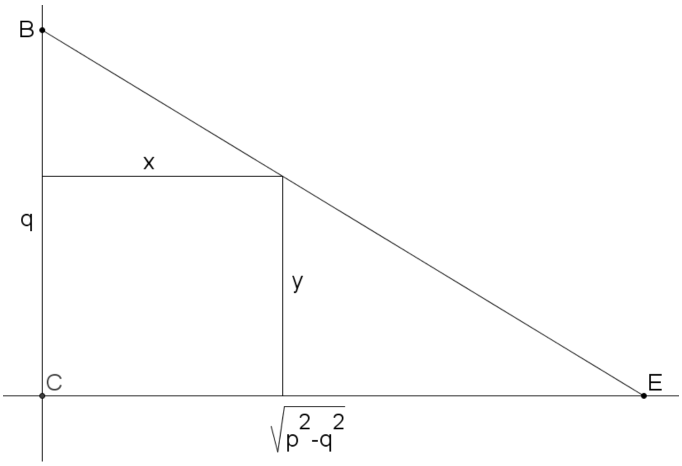
$$A_{ABE} = \frac{\alpha}{2} p^2 \ \left(\alpha \text{ en radian}\right) \text{ or } \sin\alpha = \frac{q}{p} \rightarrow \alpha = \sin^{-1}\frac{q}{p}$$

$$\boxed{A_{ADE} = pq - \frac{1}{2} q\sqrt{p^2 - q^2} - \frac{1}{2} p^2 \sin^{-1}\frac{q}{p}}$$

2) Si $p = 2$ dm et $q = \sqrt{2}$ dm $\rightarrow \alpha = \sin^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2} = \boxed{\frac{\pi}{4} \text{ rad}}$

$$A_{ABE} = \frac{\alpha}{2} p^2 = \frac{\pi}{8} 2^2 = \boxed{\frac{\pi}{2} \text{dm}^2}$$

$$A_{BCE} = \frac{1}{2} q\sqrt{p^2 - q^2} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2^2 - 2} = \boxed{1 \text{ dm}^2}$$



3) Dans un système d'axes défini par $Ox \equiv CE$ et $Oy \equiv CB,$ la droite BE a pour équation

$$BE \equiv \frac{x}{\sqrt{p^2 - q^2}} + \frac{y}{q} = 1 \rightarrow BE \equiv y = q\left(1 - \frac{x}{\sqrt{p^2 - q^2}}\right)$$

L'aire du rectangle inscriptible est : $A = xy = xq\left(1 - \frac{x}{\sqrt{p^2 - q^2}}\right) = qx - \frac{qx^2}{\sqrt{p^2 - q^2}}$

Cette aire sera maximale si la dérivée par rapport à x de son expression est nulle :

$$A' = q - \frac{2qx}{\sqrt{p^2 - q^2}} = 0 \rightarrow \boxed{x = \frac{\sqrt{p^2 - q^2}}{2}} \rightarrow \boxed{y = \frac{q}{2}}$$

Autrement dit le rectangle a pour dimensions la moitié des côtés de l'angle droit.

EXTRI295 – EPL, UCL, Louvain, Juillet 2010 série 1.

L'équation en x suivante résulte du mélange de deux signaux de télécommunications qui sont eux-mêmes des fonctions trigonométriques :

$$f(x)=2.a.(1-\sin^2 x).\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right).\sin x-3.\sin 2x$$

- Pour quelles valeurs de a, les racines de l'équation $f(x)=0$ sont-elles toutes réelles ?
- Si $a=4$, pour quelles valeurs de x, l'équation donne-t-elle des valeurs positives dans l'intervalle $]-\pi,\ \pi[$

---

1) $f(x)=2a(1-\sin^2 x)\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\sin x-3\sin 2x=2a\cos^2 x\cos x\sin x-3\sin 2x$

$$=a\cos^2 x\sin 2x-3\sin 2x=\sin 2x\left(a\cos^2 x-3\right)$$

Soit donc : $\sin 2x\left(a\cos^2 x-3\right)=0 \rightarrow \begin{cases}\sin 2x=0 \text{ donne toujours des racines réelles} (x\in\mathbb{R})\\ a\cos^2 x-3=0 \text{ donne des racines réelles si } a>0\end{cases}$

2) L'inéquation à résoudre est :

$$\sin 2x\left(4\cos^2 x-3\right)>0\rightarrow\sin 2x\left(2\cos x-\sqrt{3}\right)\left(2\cos x+\sqrt{3}\right)>0$$

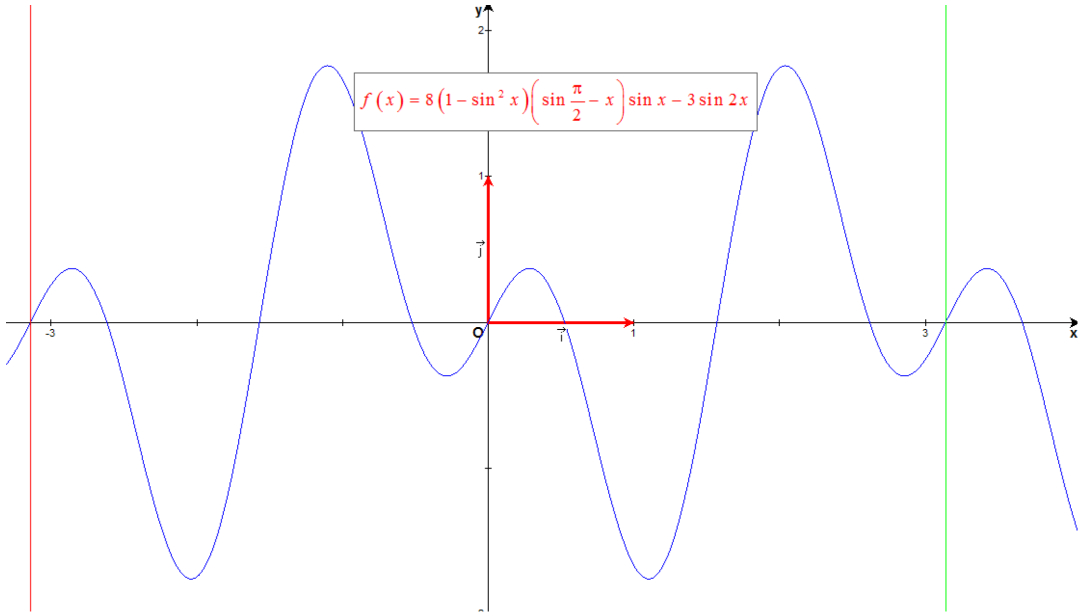
Cherchons les racines dans l'intervalle $]-\pi,\pi[$

$$\rightarrow\begin{cases}\sin 2x=0\rightarrow x=0,\ x=-\dfrac{\pi}{2} \text{ et } x=\dfrac{\pi}{2}\\ 2\cos x-\sqrt{3}=0\rightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{6}\\ 2\cos x+\sqrt{3}=0\rightarrow x=\pm\dfrac{5\pi}{6}\end{cases}$$

Construisons un tableau de signes

	$-\pi$		$-\frac{5\pi}{6}$		$-\frac{\pi}{2}$		$-\frac{\pi}{6}$		0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{5\pi}{6}$		π
$\sin 2x$		+	+	+	0	−	−	−	0	+	+	+	0	−	−	−	
$2\cos x-\sqrt{3}$		−	−	−	−	−	0	+	+	+	0	−	−	−	−	−	
$2\cos x+\sqrt{3}$		−	0	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0	−	
$f(x)$		+	0	−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+	0	−	

Conclusion : $\boxed{x\in\left]-\pi,-\frac{5\pi}{6}\right[\cup\left]-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{6}\right[\cup\left]0,\frac{\pi}{6}\right[\cup\left]\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{6}\right[}$



Le 20 juillet 2010

EXTRI296 – EPL, UCL, Louvain, Juillet 2010 série 1.

Pour les affirmations suivantes, cochez l'unique affirmation qui est vraie.

- Sous l'hypothèse que $a<b<c$, quelle condition supplémentaire faut-il pour assurer l'existence d'un triangle (non dégénéré) avec côtés a,b,c.

  $a<c-b$ □ $b-a<c$ □ $c<a+b$ □

- Dans l'intervalle $-\frac{\pi}{2}<a<\frac{\pi}{2}$, l'équation $\frac{1-\tan^2 a}{1+\tan^2 a}=\frac{1}{2}$ possède exactement

  1 solution □ 2 solutions □ 3 solutions □

- L'expression $(2\cos a+1)(2\cos a-1)(2\cos 2a-1)$ est identiquement égale à

  $2\cos 4a+1$ □ $2\sin 4a+1$ □ $\sin 2a\cos 2a+1$ □

- Si dans un triangle ABC rectangle en A, les côtés a, b et c opposés aux angles respectifs A, B et C satisfont $b=2c$

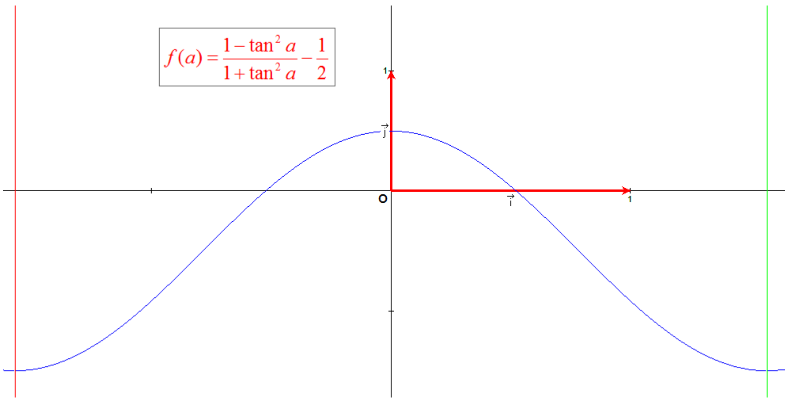
  $B<30°$ □ $B=30°$ □ $B>30°$ □

---

1) Proposition $c<a+b$ car un côté doit être plus petit que la somme des deux autres. (Note : il s'agit de l'inégalité triangulaire).

2) $$\frac{1-\tan^2 a}{1+\tan^2 a}=\frac{1}{2}\to\frac{1-\tan^2 a}{1+\tan^2 a}-\frac{1}{2}=0\to\frac{2-2\tan^2 a-1-\tan^2 a}{2\left(1+\tan^2 a\right)}=0$$

$$\to 1-3\tan^2 a=0\to\tan^2 a=\frac{1}{3}\to\begin{cases}\tan a=\frac{\sqrt{3}}{3} & \to a=\frac{\pi}{6}\\ \tan a=-\frac{\sqrt{3}}{3} & \to a=-\frac{\pi}{6}\end{cases}\to\boxed{\text{2 solutions}}$$



3) $$(2\cos a+1)(2\cos a-1)(2\cos 2a-1)=\left(4\cos^2 a-1\right)(2\cos 2a-1)$$
$$=(2\cos 2a+2-1)(2\cos 2a-1)=4\cos^2 2a-1=2\cos 4a+2-1=2\cos 4a+1$$

3) $\tan B=\frac{b}{c}=2\to B>30°$

Le 20 juillet 2010

EXTRI297 – EPL, UCL, Louvain, Juillet 2010 série 1.

La coupe d'une montagne a un profil sinusoïdal et on décide d'y construire une voie ferrée comme indiqué dans le croquis ci-dessous :

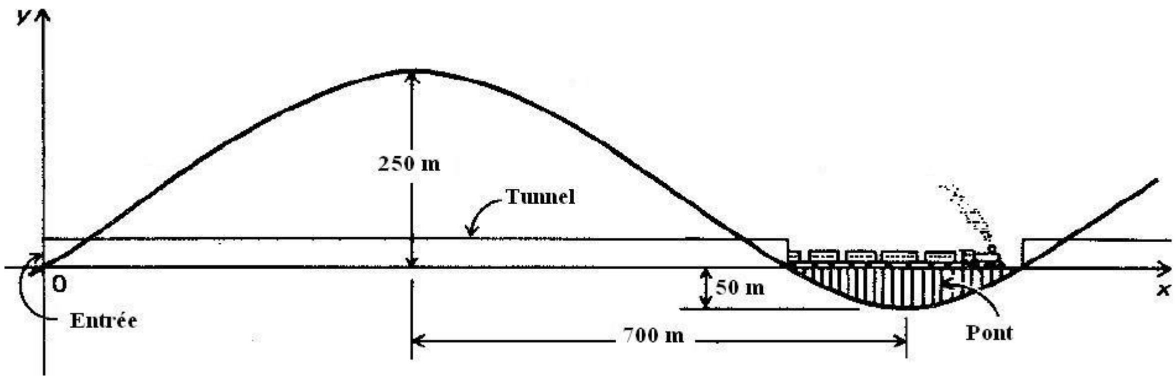
1/ Trouvez des expressions pour les paramètres a, b, c, d qui correspondent avec le profil $y = f(x)$ du type :

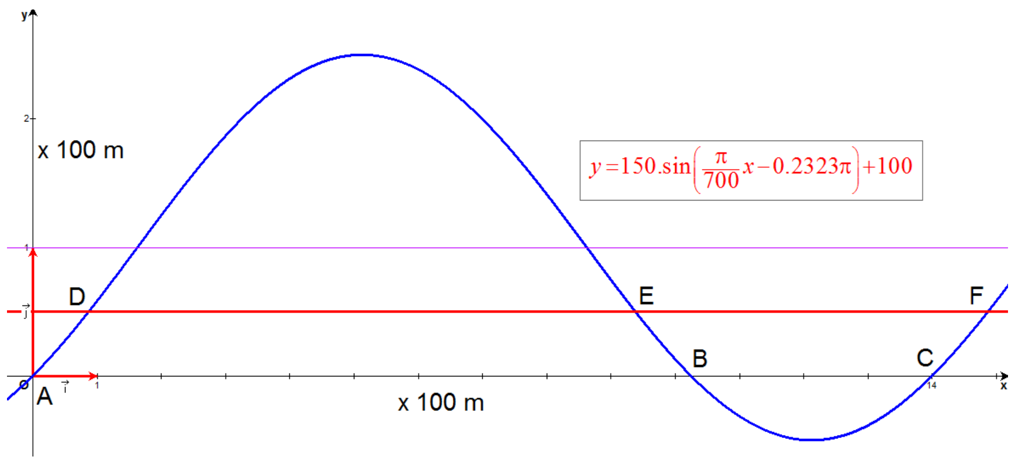
$$y = a\sin(bx + c) + d$$

et avec les mesures indiquées sur le croquis (expliquez votre raisonnement).

2/ Donnez une expression pour la longueur t_1 du tunnel et p_1 du pont (sur l'axe $y = 0$), en fonction des paramètres a, b, c, d. Calculez ensuite la valeur de t_1 et de p_1 à 1 mètre près.

3/ On décide alors de rehausser la trajectoire de la voie ferrée de 50 mètres. Calculez la nouvelle valeur de t_2 du tunnel et p_2 du pont à 1 mètre près.





1) La sinusoïde a pour équation : $y = a\sin(bx + c) + d$

- a est égal à la moitié de la distance entre un minimum et un maximum soit

$$\rightarrow a = \frac{250+50}{2} = 150 \text{ m}$$

- b est déterminé en considérant que la distance entre 2 maximums est de 1400 m

$$\rightarrow b = \frac{2\pi}{1400} = \frac{\pi}{700} \text{ rad/m}$$

- d est déterminé par la position de l'axe de la sinusoïde $\rightarrow d = 100$ m
- c est déterminé en imposant que la sinusoïde passe par l'origine A pour $x = 0$

$$0 = 150\sin c + 100 \rightarrow \sin c = -\frac{100}{150} \rightarrow c = -0.2323\pi \text{ rad}$$

Finalement, la sinusoïde a pour équation : $\boxed{y = 150\sin\left(\frac{\pi}{700}x - 0.2323\pi\right) + 100}$

2) La longueur du tunnel t_1 (AB sur le schéma) est déterminée en considérant que $y = 0$ en $x = x_B$, autrement dit quand l'argument du sinus est l'angle supplémentaire de -0.2323π soit $\pi + 0.2323\pi = 1.2323\pi$

$$\rightarrow \frac{\pi}{700}x_B - 0.2323\pi = 1.2323\pi \rightarrow x_B = 1.2323 \times 700 = 1025 \rightarrow \boxed{t_1 = 1025 \text{ m}}$$

La longueur du pont est alors : $p_1 = 1400 - t_1 = 1400 - 1025 = 375 \rightarrow \boxed{p_1 = 375\, m}$

3) On remonte la ligne du chemin de fer de 50 m.

La longueur $t_2 = |DE| = x_E - x_D$

$$\rightarrow 150\sin\left(\frac{\pi}{700}x - 0.2323\pi\right) + 100 = 50 \rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{700}x - 0.2323\pi\right) = -\frac{1}{3}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{700}x_D - 0.2323\pi = -0.108173\pi & \rightarrow x_D = 87 \text{ m} \\ \frac{\pi}{700}x_E - 0.2323\pi = \pi + -0.108173\pi & \rightarrow x_E = 938 \text{ m} \end{cases} \rightarrow \boxed{t_2 = 938 - 87 = 851 \text{ m}}$$

Et finalement : $\boxed{p_2 = 1400 - 851 = 549 \text{ m}}$

Le 20 juillet 2010

EXTRI298 – Polytech, UMONS, Mons, juillet 2010.

Résoudre l'équation trigonométrique suivante :

$$3\sin x + \cos x = 2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{x}{2}\right)$$

et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

Solution proposée par Fabienne Zoetard

Méthode 1

$$3\sin x + \cos x = 2\sin^2\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2} \to 3\sin x + \cos x = 1 - \cos x + \frac{1}{2}(1+\cos x)$$

$$\to 3\sin x + \frac{3}{2}\cos x = \frac{3}{2} \to \cos x + 2\sin x = 1$$

$$\text{Soit } 2 = \tan\varphi \text{ où } \varphi \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$$

$$\to \cos x \cos\varphi + \sin x \sin\varphi = \cos\varphi$$

$$\to \cos(x-\varphi) = \cos\varphi$$

$$\to \begin{cases} x - \varphi = \varphi + 2k\pi \to x = 2\varphi + 2k\pi \to \boxed{x = 2\arctan 2 + 2k\pi} \\ x - \varphi = -\varphi + 2k\pi \to \boxed{x = 2k\pi} \end{cases}$$

Méthode 2

$$3\sin x + \cos x = 2\sin^2\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2}$$

$$\to 6\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} + \cancel{\cos^2\frac{x}{2}} - \sin^2\frac{x}{2} = 2\sin^2\frac{x}{2} + \cancel{\cos^2\frac{x}{2}}$$

$$\to 6\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} - 3\sin^2\frac{x}{2} = 0 \to \sin\frac{x}{2}\left(2\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2}\right) = 0$$

$$\text{1er cas : } \sin\frac{x}{2} = 0 \to \boxed{x = 2k\pi}$$

$$\text{2ème cas : } 2\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2} = 0 \to \tan\frac{x}{2} = 2 \quad \left(\text{si } \cos\frac{x}{2} \neq 0 \quad (1)\right)$$

$$\to \frac{x}{2} = \arctan 2 + k\pi \to \boxed{x = 2\arctan 2 + 2k\pi}$$

(1) $\cos\frac{x}{2} \neq 0$ car sinon $\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \to x = \pi + 2k\pi$ qui n'est pas solution de l'équation.

---

15 Août 2010. Modifié le 26 juin 2012 (Noé Tits)

EXTRI299 – Polytech, UMONS, Mons, juillet 2010.

Démontrer l'identité suivante:

$$\cos(A+4B)\sin(2B)+\cos(A+B)\sin(B)=\cos(A+3B)\sin(3B)$$

Solutions proposées par Fabienne Zoetard

Méthode A.

$$\cos(A+4B)\sin 2B+\cos(A+B)\sin B=\cos(A+3B)\sin 3B$$

$$\cos A\cos 4B\sin 2B-\sin A\sin 4B\sin 2B+\cos A\cos B\sin B-\sin A\sin^2 B$$
$$-\cos A\cos 3B\sin 3B+\sin A\sin^2 3B=0$$

$$\cos A\underbrace{\left(\cos 4B\sin 2B+\cos B\sin B-\cos 3B\sin 3B\right)}_{P}$$
$$+\sin A\underbrace{\left(-\sin 4B\sin 2B-\sin^2 B+\sin^2 3B\right)}_{Q}=0 \qquad (1)$$

$$P=\underbrace{\cos 4B\sin 2B}_{\text{Simpson inverse}}+\cos B\sin B-\cos 3B\sin 3B$$
$$=\frac{1}{2}\left(\sin(-2B)+\sin 6B\right)+\cos B\sin B-\cos 3B\sin 3B$$
$$=-\sin B\cos B+\sin 3B\cos 3B++\cos B\sin B-\cos 3B\sin 3B=0$$
$$Q=-\underbrace{\sin 4B\sin 2B}_{\text{Simpson inverse}}-\sin^2 B+\sin^2 3B$$
$$=-\frac{1}{2}(\cos 2B-\cos 6B)-\sin^2 B+\sin^2 3B$$
$$=-\frac{1}{2}\left(\cancel{1}-2\cos^2 B-\cancel{1}+2\sin^2 3B\right)--\sin^2 B+\sin^2 3B=0$$

En portant P et Q dans (1), on vérifie que l'égalité est vérifiée.

Méthode B

$\cos(A+4B)\sin 2B+\cos(A+B)\sin B=\cos(A+3B)\sin 3B$

Ou bien

$2\cos(A+4B)\sin 2B+2\cos(A+B)\sin B=2\cos(A+3B)\sin 3B$

On utilise Simpson inverse :

$\sin(-2b-a)+\cancel{\sin(a+6b)}+\sin(a+2b)+\cancel{\sin(-a)}=\cancel{\sin(-a)}+\cancel{\sin(a+6b)}$

Or $\sin(-2b-a)=-\sin(a+2b)$, ce qui vérifie la relation.

Remarque : les formules de Simpson inverse ne font pas partie de la liste des formules admises. Il faut donc les démontrer. Ce qui est très simple à partir des formules d'addition.

---

15 Août 2010. Modifié le 31 mars 2011 (Fabienne Zoetard)