Résoudre l'équation : $(1+\cos 2x)\sin\dfrac{x}{2}+(1+\sin 2x)\cos\dfrac{x}{2}-\cos\dfrac{5x}{2}+2\sin\dfrac{3x}{2}=0$

En regroupant certains termes et en utilisant des formules de Simpson, on a

$$\begin{aligned}
& (1+\cos 2x)\sin\frac{x}{2}+(1+\sin 2x)\cos\frac{x}{2}-\cos\frac{5x}{2}+2\sin\frac{3x}{2}=0\\
\iff\ & \sin\frac{x}{2}+\underbrace{\cos 2x\sin\frac{x}{2}}+\cos\frac{x}{2}+\underbrace{\sin 2x\cos\frac{x}{2}}-\cos\frac{5x}{2}+2\sin\frac{3x}{2}=0\\
\iff\ & \sin\frac{x}{2}+\sin\left(2x+\frac{x}{2}\right)+\cos\frac{x}{2}-\cos\frac{5x}{2}+2\sin\frac{3x}{2}=0\\
\iff\ & \sin\frac{x}{2}+\sin\frac{5x}{2}+\cos\frac{x}{2}-\cos\frac{5x}{2}+2\sin\frac{3x}{2}=0\\
\iff\ & \underline{\sin\frac{x}{2}}+\underline{\sin\frac{5x}{2}}+\underline{\cos\frac{x}{2}}-\underline{\cos\frac{5x}{2}}+2\sin\frac{3x}{2}=0\\
\iff\ & 2\sin\frac{3x}{2}\cos x-2\sin\frac{3x}{2}\sin x+2\sin\frac{3x}{2}=0\\
\iff\ & 2\sin\frac{3x}{2}\Bigg(\cos x-\sin x+1\Bigg)=0\\
\iff\ & 2\sin\frac{3x}{2}=0 \qquad \text{ou} \qquad \cos x-\sin x+1=0
\end{aligned}$$

- $\sin\dfrac{3x}{2}=0 \iff \dfrac{3x}{2}=k\pi$ et donc $x=\dfrac{2k\pi}{3}$.
- $\cos x-\sin x+1=0$ est une équation linéaire.

$$\begin{aligned}
\cos x-\sin x+1=0 \iff\ & \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos x-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\\
\iff\ & \sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}\\
\iff\ & \frac{\pi}{4}-x=-\frac{\pi}{4}+2k\pi \qquad \text{ou} \qquad \frac{\pi}{4}-x=\frac{5\pi}{4}+2k\pi\\
\iff\ & x=\frac{\pi}{2}+2k\pi \qquad \text{ou} \qquad x=-\pi+2k\pi
\end{aligned}$$

Finalement, les solutions principales sont $\boxed{Sol=\left\{0;\dfrac{\pi}{2};\dfrac{2\pi}{3};\pi;\dfrac{4\pi}{3}\right\}}$.