Exercices résolus de mathématiques.

Algèbre

ALG 36

EXALG360 – EXALG369

http://www.matheux.c.la

Jacques Collot
Benoit Baudelet – Steve Tumson

Juillet 2010

EXALG360 – Polytech, Umons, Mons, Présentation examen admission 2009-2010.

Pour des raisons de sécurité, on estime qu'une distance de 5 m entre un véhicule et le véhicule qui les précède est nécessaire.

Je circule en ligne droite dans une voiture à une vitesse de 32 m/s. Le camion qui me précède roule à la vitesse constante de 20 m/s. A l'instant $t = 0$ s, je freine avec une décélération constante de -1 m/s^{2}alors que le camion me précède de 69 m.

Suis-je, à tout instant, dans la condition de sécurité précitée? Dans le cas contraire, à quelle distance du camion aurais-je dû commencer à freiner?

La voiture est en MRUA. Sa position x_v est donnée par :

$$x_v = x_{vi} + v_{vi}t + \frac{a_v.t^2}{2}$$

x_{vi} Position initiale de la voiture : $x_{vi} = 0$ m si $t = 0$

v_{vi} Vitesse initiale de la voiture : $v_{vi} = 32$ m/s si $t = 0$

a_v Accélération de la voiture : $a_v = -1$ m/s^2

$$\rightarrow x = 32t - \frac{t^2}{2}$$

Le camion est en MRU. Sa position x_c est donnée par :

$$x_c = x_{ci} + v_c t$$

x_{ci} Position initiale du camion : $x_{ci} = 69$ m

v_c Vitesse du camion : $v_c = 20$ m/s

$$\rightarrow x_c = 69 + 20t$$

La distance Δx qui sépare la voiture du camion est :

$$\Delta x = x_c - x_v = 69 + 20t - 32t + \frac{t^2}{2} = 69 - 12t + \frac{t^2}{2}$$

C'est une parabole qui présente un minimum (concavité positive).

La valeur de ce minimum est donné par : $\Delta x_{\min} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(-12)^2 - 4\times\frac{1}{2}\times 69}{4\times\frac{1}{2}} = \boxed{3\text{ m}}$.

Autrement dit la distance minimale ne sera pas respectée.

La distance L entre le camion et la voiture à laquelle il faut freiner est donnée par :

$$-\frac{(-12)^2 - 4\times\frac{1}{2}\times L}{4\times\frac{1}{2}} = 5 \rightarrow -144 + 2L = 10 \rightarrow \boxed{L = 77\text{ m}}$$

---

20 juin 2010

EXALG361 – Polytech, Umons, Mons, Présentation examen admission 2009-2010.

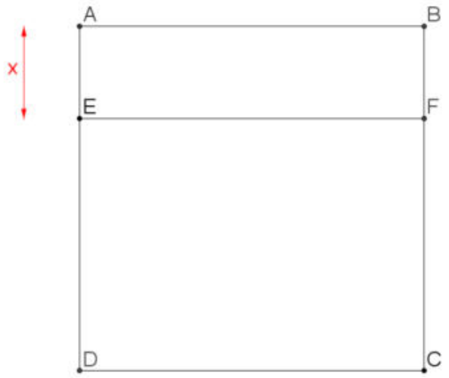
Comment partager un carré en deux rectangles dont le plus petit peut s'insérer dans le plus grand avec chacun de ses sommets placés sur chacun des côtés du grand? (Voir figure ci-dessous).

Soit le carré $ABCD$ et EF le segment parallèle à AB qui partage le carré en deux rectangles $ABFE$ et $CDEF$ (fig (a)). On suppose par convention que le plus petit des deux rectangles est $ABFE$.

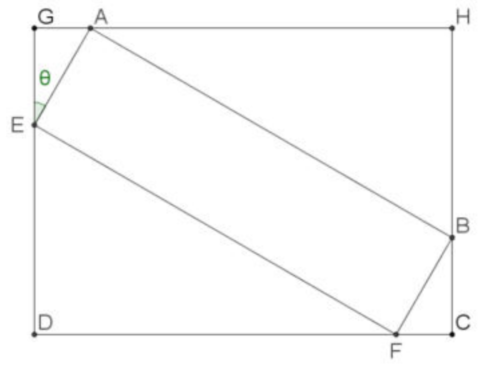
On souhaite obtenir la figure (b) dans laquelle $ABFE$ s'insère dans $CDGH$ qui est un rectangle *identique* à $CDEF$.

On choisira d'exprimer le problème en fonction des variables $x = |AE|$ et $\theta = \widehat{AEG}$.

la longueur du côté $ABCD$ est égale à 1.



(a)



(b)

On a immédiatement : $\begin{cases} x\sin\theta + \cos\theta = 1 & (1) \\ x\cos\theta + \sin\theta = 1 - x & (2) \end{cases}$

De (1): $x = \dfrac{1-\cos\theta}{\sin\theta} \rightarrow$ On remplace dans (2): $\dfrac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\cos\theta + \sin\theta = 1 - \dfrac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$

$(1-\cos\theta)\cos\theta + \sin^2\theta = \sin\theta - 1 + \cos\theta \rightarrow \cancel{\cos\theta} - \cos^2\theta + \sin^2\theta = \sin\theta - 1 + \cancel{\cos\theta}$

$\sin^2\theta \cancel{-1} + \sin^2\theta = \sin\theta \cancel{-1} \rightarrow \sin\theta(2\sin\theta - 1) = 0$

1) Soit $\sin\theta = 0 \rightarrow \theta = 0$ Solution à rejeter;

2) $2\sin\theta - 1 = 0 \rightarrow \sin\theta = \dfrac{1}{2} \rightarrow \boxed{\theta = \dfrac{\pi}{6}}$

Dans ce cas : $x = \dfrac{1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{1}{2}} = \boxed{2-\sqrt{3} \simeq 0.268.}$

Résolu le 7 juillet 2010

EXALG362 – FACSA, ULG, Liège, juillet 2010.

Trouver dans $\mathbb{C}$ les racines du polynôme P tel que :

$$P(z)=\left(1-z^2\right)^3-\left(1-z\right)^3$$

$$\left(1-z^3\right)^3-\left(1-z\right)^3=\left(1-z\right)^3\left(1+z+z^2\right)^3-\left(1-z\right)^3=\left(1-z\right)^3\left(\left(1+z+z^2\right)^3-1\right)$$

$$=\left(1-z\right)^3\left(1+z+z^2-1\right)\left(\left(1+z+z^2\right)^2+\left(1+z+z^2\right)+1\right)$$

$$=z\left(1+z\right)\left(1-z\right)^3\left(\left(1+z+z^2\right)^2+\left(1+z+z^2\right)+1\right)$$

Les trois premiers facteurs donnent comme solutions : $z=0;\ z=-1,\ z=1\,(3\times)$

Pour résoudre le dernier facteur, posons : $Z=1+z+z^2$.

Il faut alors résoudre : $Z^2+Z+1=0\rightarrow Z=\dfrac{-1\pm\sqrt{1-4}}{2}=\dfrac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}$

<u>1er cas : $Z=\dfrac{-1-i\sqrt{3}}{2}$</u> $\rightarrow z^2+z+\dfrac{3}{2}+\dfrac{i\sqrt{3}}{2}=0$

$$\Delta=1-4\left(\frac{3}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)=-5-2\sqrt{3}i$$

Il faut prendre la racine carrée du Δ: $\begin{cases}a^2-b^2=-5\\2ab=-2\sqrt{3}\end{cases}$ donc a et b de signes opposés.

$$\rightarrow\begin{cases}a^2-b^2=-5\\a^2+b^2=\sqrt{37}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}a=\pm\sqrt{\dfrac{-5+\sqrt{37}}{2}}\\b=\pm\sqrt{\dfrac{5+\sqrt{37}}{2}}\end{cases}\rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{\frac{-5+\sqrt{37}}{2}}-\sqrt{\frac{5+\sqrt{37}}{2}}$$

Et donc : $z_1=\dfrac{-1+\sqrt{\dfrac{-5+\sqrt{37}}{2}}-\sqrt{\dfrac{5+\sqrt{37}}{2}}}{2}$ et $z_2=\dfrac{-1-\sqrt{\dfrac{-5+\sqrt{37}}{2}}+\sqrt{\dfrac{5+\sqrt{37}}{2}}}{2}$

<u>2ème cas : $Z=\dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}$</u> $\rightarrow z^2+z+\dfrac{3}{2}-\dfrac{i\sqrt{3}}{2}=0$

Les calculs donneront dans ce cas :

$$z_3=\frac{-1-\sqrt{\dfrac{-5+\sqrt{37}}{2}}-\sqrt{\dfrac{5+\sqrt{37}}{2}}}{2}\quad\text{et } z_4=\frac{-1+\sqrt{\dfrac{-5+\sqrt{37}}{2}}+\sqrt{\dfrac{5+\sqrt{37}}{2}}}{2}$$

Récapitulatif

$$
\begin{aligned}
z_1 &= \frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{\frac{-5+\sqrt{37}}{2}}-\sqrt{\frac{5+\sqrt{37}}{2}}\right) \simeq -0.132107-1.177007i \\
z_2 &= \frac{1}{2}\left(-1-\sqrt{\frac{-5+\sqrt{37}}{2}}+\sqrt{\frac{5+\sqrt{37}}{2}}\right) \simeq -0.867893+1.177007i \\
z_3 &= \frac{1}{2}\left(-1-\sqrt{\frac{-5+\sqrt{37}}{2}}-\sqrt{\frac{5+\sqrt{37}}{2}}\right) \simeq -0.867893-1.177007i \\
z_4 &= \frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{\frac{-5+\sqrt{37}}{2}}+\sqrt{\frac{5+\sqrt{37}}{2}}\right) \simeq -0.132107+1.177007i \\
z_5 = z_6 = z_7 &= 1 \\
z_8 &= -1 \\
z_9 &= 0
\end{aligned}
$$

Résolu le 13 juillet 2010

EXALG363 – FACSA – ULG – Liège, juillet 2010.

Le polynôme

$$\sqrt{2}x^4-2\left(2+\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)x^3+2\left(2+3\sqrt{2}+4\sqrt{3}+2\sqrt{6}\right)x^2-2\left(6+3\sqrt{2}+4\sqrt{3}+3\sqrt{6}\right)x+3\left(4+3\sqrt{2}\right)$$

admet deux racines réelles doubles distinctes a et b. Déterminer $\{a,b\}$

Nous pourrions partir de : $(x-a)^2(x-b)^2$, développer et identifier avec le polynôme de départ.

Nous allons faire plus simple car nous savons que le coefficient x^3 diviser par le coefficient du x^4 est égale à l'opposé de la somme des racines :

$$\rightarrow \frac{2\left(2+\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)}{\sqrt{2}}=2\left(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)=2a+2b\rightarrow a+b=1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$$

Vu cette forme très simple, nous pouvons légitimement nous demander si une racine n'est pas simplement un de ces trois termes. Effectivement, si nous calculons la valeur du polynôme pour $x=\sqrt{3}$, nous avons :

$$P\left(\sqrt{3}\right)=\sqrt{2}\left(\sqrt{3}\right)^4-2\left(2+\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{3}\right)^3+2\left(3\sqrt{2}+4\sqrt{3}+2\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{3}\right)^2$$
$$-2\left(6+3\sqrt{2}+4\sqrt{3}+3\sqrt{6}\right)\sqrt{3}+3\left(4+3\sqrt{2}\right)$$

$$=\cancel{9\sqrt{2}}\cancel{-12\sqrt{3}}-6\sqrt{6}-\cancel{18\sqrt{2}}+\cancel{12}+\cancel{18\sqrt{2}}+\cancel{24\sqrt{3}}+12\sqrt{6}$$
$$\cancel{-12\sqrt{3}}-6\sqrt{6}\cancel{-24}\cancel{-18\sqrt{2}}+\cancel{12}+\cancel{9\sqrt{2}}$$
$$=0$$

A partir de là, tout devient simple : il suffit d'appliquer Horner deux fois de suite :

$$\begin{array}{cccccc}
 & \sqrt{2} & -4-2\sqrt{2}-2\sqrt{6} & 4+6\sqrt{2}+8\sqrt{3}+4\sqrt{6} & -12-6\sqrt{2}-8\sqrt{3}-6\sqrt{6} & 12+9\sqrt{2} \\
\sqrt{3} & & \sqrt{6} & -3\sqrt{2}-4\sqrt{3}-2\sqrt{6} & 12+6\sqrt{2}+4\sqrt{3}+3\sqrt{6} & -12-9\sqrt{2} \\
 & \sqrt{2} & -4-2\sqrt{2}-\sqrt{6} & 4+3\sqrt{2}+4\sqrt{3}+2\sqrt{6} & -4\sqrt{3}-3\sqrt{6} & 0 \\
\sqrt{3} & & \sqrt{6} & -4\sqrt{3}-2\sqrt{6} & 4\sqrt{3}+3\sqrt{6} & \\
 & \sqrt{2} & -4-2\sqrt{2} & 4+3\sqrt{2} & 0 &
\end{array}$$

Notre polynôme devient : $P(x)=\left(x-\sqrt{3}\right)^2\left(\sqrt{2}x^2-2\left(2+\sqrt{2}\right)x+4+3\sqrt{2}\right)$

Les racines du 3ème facteur sont :

$$x=\frac{+\left(2+\sqrt{2}\right)\pm\sqrt{\left(2+\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{2}\left(4+3\sqrt{2}\right)}}{\sqrt{2}}=\frac{-\left(2+\sqrt{2}\right)\pm\overbrace{\sqrt{4+2\sqrt{2}+2-4\sqrt{2}+6}}^{=0}}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{+\left(2+\sqrt{2}\right).\sqrt{2}}{2}=1+\sqrt{2}\text{ C'est une racine double.}$$

Nous nous attendions évidemment à ce résultat.

<u>Conclusion</u> : $\boxed{S=\left\{\left(1+\sqrt{2};\sqrt{3}\right)\right\}}$

Le 13 juillet 2010

EXALG364 – Polytechnique, ERM, Bruxelles, juillet 2010.

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation

$$(1+i)z^3+(1-i)z^2+2z-4=0$$

sachant que $z_1=1$ est une solution. Donner également le module et l'argument de toutes les solutions.

Puisque z_1 est une solution, on peut factoriser l'équation grâce à la technique de Horner :

$$\begin{array}{ccccc} & 1+i & 1-i & 2 & -4 \\ 1 & \downarrow & 1+i & 2 & 4 \\ & 1+i & 2 & 4 & 0 \end{array}$$

On obtient donc $(z-1)\left((1+i)z^2+2z+4\right)=0$. Le discriminant du second facteur vaut $\Delta{=}b^2-4ac=4-16(1+i)=-12-16i$ dont les racines carrées sont $\pm(2-4i)$. Donc

$$z_{2,3}{=}\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-2\pm(2-4i)}{1+i}=\begin{cases}\dfrac{-2i}{1+i}=-1-i\\[2mm] \dfrac{-2+2i}{1+i}=2i\end{cases}.$$

Donc $S=\{1;-1-i;2i\}$.

Solutions	1	$-1-i$	$2i$
Argument	0	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
Module	1	$\sqrt{2}$	2

Le 25 octobre 2009

EXALG365 – Polytech, Umons, Mons, juillet 2010 Groupe C.

Vous désirez construire une piscine chauffée. De manière à réduire les pertes thermiques avec le sol, vous décidez de poser une isolant sur chacune des parois (tant les murs que le fond) de cette pièce rectangulaire. On suppose sa profondeur (constante) fixée à 2 mètres; le volume disponible d'isolant est de 84 m^3, conditionné en plaques d'épaisseur constante $e = 1$ m.
Quelle sera la longueur intérieure de la piscine si celle-ci est le double de la largeur et qu'on utilise tout l'isolant?

Solution proposée par Fabienne Zoetard

$$\text{Les dimensions} \begin{cases} \text{de la piscine sont : } \begin{cases} l = x \quad (>0) \\ L = 2x \\ h = 2 \end{cases} \\ \text{de la piscine + les murs isolants : } \begin{cases} l' = x + 2 \\ L' = 2x + 2 \\ h' = 3 \end{cases} \end{cases}$$

D'où : $(x+2)(2x+2)3 - x.2x.x = 84 \quad (= \text{ volume de l'isolant})$

$$6x^2 + 18x + 12 - 4x^2 = 84 \rightarrow x^2 + 9x - 36 = 0$$

$$\Delta = 225 \rightarrow x = \frac{-9 \pm 15}{2} = \begin{cases} x = 3 \\ x = -12 \quad (\text{A rejeter}) \end{cases}$$

$$\text{Les dimensions de la piscine sont alors : } \begin{cases} l = 3 \\ L = 6 \\ h = 2 \end{cases}$$

Le 15 août 2010

EXALG366 – EPL, UCL, Louvain, Septembre 2010.

a et b étant réels, résoudre et discuter dans $\mathbb{C}$

$$a^2z^2+(iz+b)^2=0$$

Solution proposée par Nicole BERCKMANS

$$a^2z^2+(iz+b)^2=0 \Leftrightarrow a^2z^2=(-1)(iz+b)^2 \Leftrightarrow \pm az=i(iz+b)$$

<u>1er cas</u>

$az=i(iz+b)$ ou encore $(a+1)z=bi$

Si $a\neq -1$ solution : $z_1=\dfrac{b}{a+1}i$

Si $a=-1$ et $\begin{cases} b=0 & \text{alors } z\in\mathbb{C} \\ b\neq 0 & \text{alors } z_1 \nexists \end{cases}$

<u>2ème cas</u>

$az=-i(iz+b)$ ou encore $(a-1)z=-ib$

Si $a\neq 1$ solution : $z_2=-\dfrac{b}{a-1}i$

Si $a=1$ et $\begin{cases} b=0 & \text{alors } z\in\mathbb{C} \\ b\neq 0 & \text{alors } z_2 \nexists \end{cases}$

<u>Conclusions</u>

Si $a\neq 1$ et $a\neq -1$ alors 2 solutions z_1 et z_2

Si $a^2=1$ et $b=0$ alors solutions $=\mathbb{C}$

Si $a^2=1$ et $b\neq 0$ alors une solution unique : $z=\dfrac{b}{2}i$

Solution proposée par Jan Frans BROECKX

(1) $\boldsymbol{a = 0}$

L'équation devient

$$(iz + b)^2 = 0$$

avec comme solution $z_1 = z_2 = bi$ (y compris le cas particulier $z_1 = z_2 = 0$ lorsque $b = 0$).

(2) $\boldsymbol{a \neq 0}$

L'équation devient

$$(a^2 - 1)z^2 + 2ibz + b^2 = 0 \qquad (2)$$

(2a) $\boldsymbol{a \in \{-1, +1\}}$ et $\boldsymbol{b = 0}$

L'équation devient l'identité $0z = 0$ qui est vérifiée pour tout $z \in \mathbb{C}$

(2b) $\boldsymbol{a \in \{-1, +1\}}$ et $\boldsymbol{b \neq 0}$

L'équation devient $2iz + b = 0$ avec comme solution $z = \frac{b}{2}i$.

(2c) $\boldsymbol{a \in \mathbb{R}\backslash\{-1, 0, +1\}}$

Le discriminant est :

$$\Delta = (2ib)^2 - 4(a^2 - 1)b^2 = -4b^2 - 4a^2b^2 + 4b^2 = -4a^2b^2$$

$$\sqrt{\Delta} = \pm 2abi$$

$$z_{1,2} = \frac{-2bi \pm 2abi}{2(a^2 - 1)} = \frac{-bi}{a^2 - 1}(1 \pm a) = \frac{bi}{a \pm 1}$$

Résumé final

L'ensemble S des solutions de l'équation (1) est :

- si $a = 0$ alors $S = \{bi, bi\}$
- si $a \in \{-1, +1\}$ et $b = 0$ alors $S = \mathbb{C}$
- si $a \in \{-1, +1\}$ et $b \neq 0$ alors $S = \left\{\frac{b}{2}i\right\}$
- si $a \in \mathbb{R}\backslash\{-1, 0, +1\}$ alors $S = \left\{\frac{bi}{a+1}, \frac{bi}{a-1}\right\}$

Le 8 septembre 2010

EXALG367 – EPL, UCL, Louvain, Septembre 2010.

Résoudre :

$$\begin{cases} x+y=34 \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=\dfrac{8}{15}\sqrt{xy} \end{cases}$$

Solution proposée par Nicole BERCKMANS

On pose $X=\sqrt{x}$ et $Y=\sqrt{y}$ et encore $S=X+Y$ et $P=XY$

Le système devient $\begin{cases} S^2-2P=34 & (*) \\ S=\dfrac{8}{15}P \end{cases}$

D'où : $S^2-2\dfrac{15}{8}S-34=0 \Leftrightarrow 4S^2-15S-136=0$

dont les solutions sont $\begin{cases} S=8 \\ S=-\dfrac{34}{8} & \text{(Impossible)} \end{cases}$

et donc $P=\dfrac{15}{8}S=15$

X et Y sont alors solutions de $z^2-8z+15=0$

qui sont X et $Y\in\{3,5\}$ et par conséquent $\boxed{x \text{ et } y\in\{9,25\}}$

$(*)\ S^2-2P=\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2-2\sqrt{x}\sqrt{y}=x+y$

Le 8 septembre 2010

EXALG368 – – EPL, UCL, Louvain, Septembre 2010.

Déterminer le polynôme $P(x)$ du 4ème degré tel que :

1) le coefficient de x^4 dans $P(x)$ vaut 1

2) $P(x)$ est divisible par x^2+x+1

3) le reste de la division de $P(x)$ par x^2-1 est $-3x+9$

Solution proposée par Nicole BERCKMANS

$$P(x)=\left(x^2+x+1\right)\left(x^2+bx+c\right)=Q(x)\left(x^2-1\right)-3x+9$$

$$\left.\begin{array}{l} P(1)=3(1+b+c)=-3+9 \\ P(-1)=1(1-b+c)=3+9 \end{array}\right\} \text{2 équations à inconnues.}$$

On trouve : $b=-5$ et $c=6$

$$P(x)=\left(x^2+x+1\right)\left(x^2-5x+6\right)$$

x^2+x+1 n'admet pas de racines.

$$x^2-5x+6=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=3 \\ x_2=2 \end{cases}$$

Le 8 septembre 2010

EXALG369 – EPL, UCL, Louvain, Septembre 2010.

Lors de leurs rares moments de détente, Kevin et Jonathan décident de jouer aux fléchettes. Leur soeur Olivia les regarde et souhaiterait connaître la valeur des points obtenus pour chacune des trois zones de la cible délimitée par trois couleurs (noir, jaune et rouge).
Or Olivia connaît seulement les différences de scores entre ces deux frères après que ceux-ci aient lancé chacune de leurs 5 fléchettes à chaque partie (une fléchette envoyée hors de la cible ne rapporte aucun point).
Lors de la Partie 1, Kevin met une fléchette dans le noir et 4 dans le jaune alors que Jonathan met une seule fléchette dans la partie rouge de la cible. Après cette partie, Kevin mène d'un point.
Lors de la Partie 2, Kevin met deux fléchettes dans le noir et deux dans le rouge alors que Jonathan met trois fléchettes dans le jaune. Au terme de ces DEUX parties, Kevin mène de 22 points.
La partie 3 est un peu particulière puisque Kevin met toutes ses fléchettes à côtés alors que Jonathan en met trois dans le noir, une dans le jaune et une dans le rouge. On vous demande tout d'abord quel a été le score de Jonathan pour cette Partie 3 si vous savez qu'il est impossible pour Olivia de trouver la valeur des trois couleurs (noir, jaune et rouge) après ces trois parties.
Calculer ensuite la différence de points entre les deux frères au terme de ces TROIS parties.
Et finalement, la Partie 4 permet à Kevin de lancer deux fléchettes dans le jaune et une dans le rouge alors que Jonathan met une seule fléchette dans le noir. Au score FINAL du marquoir, Olivia note que kevin mène au score par 17 unités, ce qui lui permet de trouver la solution du problème.
Combien de points rapporte chaque fléchette lancée respectivement dans le noir, le jaune et le rouge de la cible?

Solution proposée par Nicole BERCKMANS

Soit $\begin{cases} n \text{ le nombre de points que rapporte une fléchette dans le noir} \\ j \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{le jaune} \\ r \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{le rouge} \end{cases}$

Partie 1 donne : $n+4j-r=1$ $\qquad (1)$

Partie 2 donne : $2n+2r-3j=21$ $\qquad (2)$

Partie 3 donne : Il suffit de faire $(1)+(2)$ d'où $3n+j+r=22$

Partie 4 donne : $-n+2j+r=17$ $\qquad (3)$

On a alors un système de 3 équations à 3 inconnues

$$\begin{cases} n+4j-r=1 \\ 2n-3j+2r=21 \\ -n+2j+r=17 \end{cases} \text{ qui a pour solution } \begin{cases} n=2 \\ j=3 \\ r=13 \end{cases}$$

<u>Conclusion</u>

Le noir donne 2 points; le jaune 3 points et le rouge 13 points

Le 8 septembre 2010