Exercices résolus de mathématiques.

Analyse

ANA 41

EXANA410 – EXANA419

http://www.matheux.c.la

Jacques Collot
Benoit Baudelet – Steve Tumson
Nicole Berckmans – Jan Frans Broeck
Fabienne Zoetard

Octobre 2014

EXANA410 – EPL, UCL, LLN, juillet 2015 série 1

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction f définie par

$$f(x)=\sqrt{\frac{1-|x|}{2-|x|}}$$

2. En évitant d'effectuer des calculs, dire si les égalités suivantes sont correctes. *Justifier*.

$$\int_1^2 e^{\sin x}dx=0$$

$$\int_1^2 \sqrt{1+x^8}dx=\frac{\sqrt{2}}{8}$$

3. Le théorème de Rolle s'énonce comme suit :

   Soit f une fonction continue définie sur $[a,b]\to\mathbb{R}$ et dérivable sur $]a,b[$.

   Si $f(a)=f(b)$, alors il existe $c\in]a,b[$ tel que $f'(c)=0$

   Utiliser ce théorème pour démontrer le résultat suivant :

   Soit $P(x)$ un polynôme de degré $n\geq 2$ à coefficients réels possédants n racines réelles distinctes. Démontrer que la dérivée $P'(x)$ possède $n-1$ racines réelles distinctes.

Solution proposée par Nicole Berckmans

1.

x		-2		-1		0		1		2	
$\frac{1-\lvert x\rvert}{2-\lvert x\rvert}$	$+$	/	$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$-$	/	$+$

$\Rightarrow dom\ f=]\leftarrow,-2[\cup[-1,1]\cup]2,\rightarrow[$

2. Faux car $\forall x, e^{\sin x}>0$ et donc $0=\int_{-1}^{1}0\,dx<\int_{-1}^{1}e^{\sin x}dx$

   Faux car sur $[1,2]:\sqrt{2}<\sqrt{1+x^2}$. En effet sur $[1,2]$ la fonction $\sqrt{1+x^2}$ est croissante

   $\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{8}<\sqrt{2}=\int_1^2\sqrt{2}\,dx<\int_1^2\sqrt{1+x^2}dx$

3. Entre deux racines consécutives de $P(x)$, la dérivée $P'(x)$ possède au moins une racine en vertu du théorème de Rolle. Puisque $P(x)$ possède exactement n racines et puisque $P'(x)$ de degré $n-1$, possède au plus $n-1$ racines, on peut en déduire la thèse.

---

10 septembre 2015

EXANA411 – EPL, UCL, LLN, juillet 2015 série 1

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = 2x + \frac{1}{2}\ln\left(2x^2 - 1\right)$$

1. Etudier les variations de f. On précisera le domaine de définition de f, les éventuelles asymptotes, les domaines de croissance et de décroissance et les extrema éventuels (on n'étudiera pas la concavité ni les points d'inflexion).
2. Construire la courbe représentative de f.
3. En utilisant la courbe représentative de f, discuter suivant les valeurs du paramètre réel k, le nombre de racines de l'équation

$$x^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{2k-4x}$$

Solution proposée par Nicole Berckmans

Domaine de $f = \left]\leftarrow, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right[\cup \left]\frac{\sqrt{2}}{2}, \rightarrow\right[$

$AV \equiv x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ car $\lim\limits_{x \to \pm\frac{\sqrt{2}}{2}} f(x) = -\infty$

$AH \nexists$ car

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty + \infty = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty + \infty = \lim_{x \to -\infty} x\left(2 + \frac{\ln\left(2x^2 - 1\right)}{2x}\right) = -\infty$$

$$\text{car } \lim_{x \to -\infty} \frac{\ln\left(2x^2 - 1\right)}{2x} = \frac{\infty}{\infty} \xrightarrow{\text{Hospital}} \lim_{x \to -\infty} \frac{4x}{2\left(2x^2 - 1\right)} = \lim_{x \to -\infty} \frac{2}{2x - \frac{1}{x}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$AO_{+\infty} \nexists \text{ car } \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty}\left(2 + \frac{1}{2x}\ln\left(2x^2 - 1\right)\right) = 2$$

$$\text{en effet } \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln\left(2x^2 - 1\right)}{2x} = \frac{\infty}{\infty} \xrightarrow{\text{Hospital}} \lim_{x \to +\infty} \frac{4x}{2\left(2x^2 - 1\right)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2}{2x - \frac{1}{x}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) - 2x = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{2}\ln\left(2x^2 - 1\right) = +\infty$$

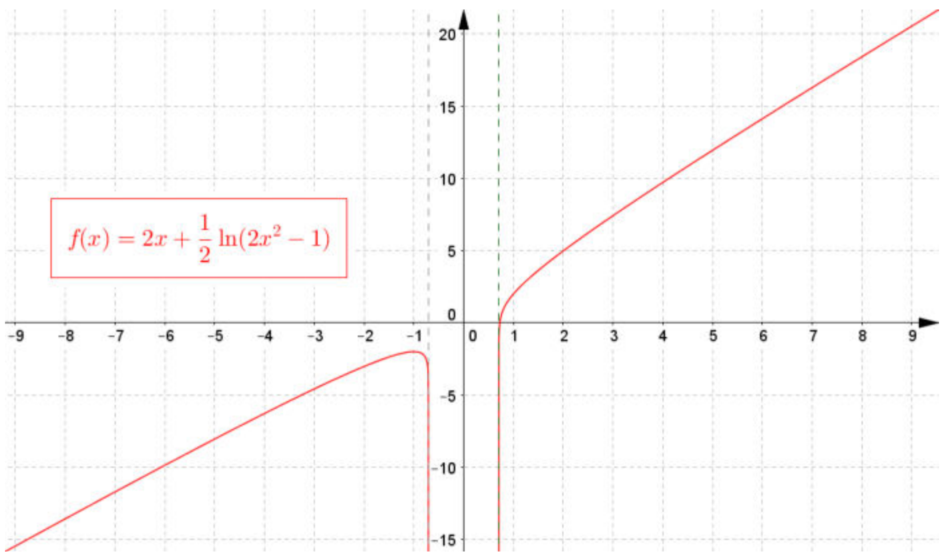
$AO_{-\infty} \nexists$ car $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(2+\dfrac{1}{2x}\ln\left(2x^2-1\right)\right)=2$

en effet $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln\left(2x^2-1\right)}{2x}=\dfrac{\infty}{\infty}\xrightarrow{\text{Hospital}}\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x}{2\left(2x^2-1\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{2x-\dfrac{1}{x}}=\dfrac{1}{\infty}=0$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-2x=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{2}\ln\left(2x^2-1\right)=+\infty$

$f'(x)=2+\dfrac{1}{2}\dfrac{4x}{2x^2-1}=\dfrac{2\left(2x^2+x-1\right)}{2x^2-1}$ racines $\dfrac{1}{2}$ et -1

x		-1		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	/	/	/	/	/	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$Max(-1,-2)$	$\searrow$	/	/	/	/	/	$\nearrow$



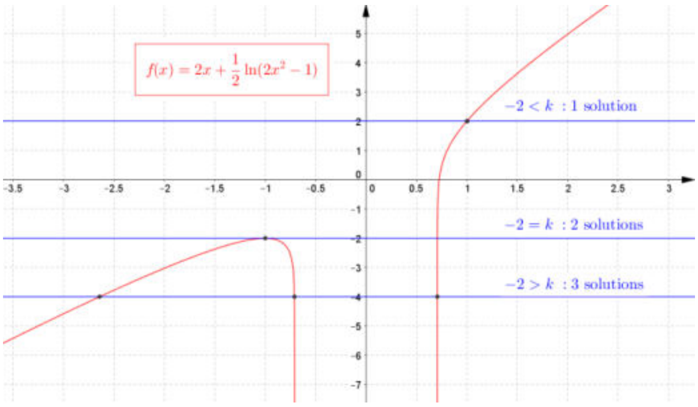
3. $x^2=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}e^{2k-4x}\Leftrightarrow 2x^2-1=e^{2k-4x}\Leftrightarrow\ln\left(2x^2-1\right)=2k-4x\Leftrightarrow k=2x+\dfrac{1}{2}\ln\left(2x^2-1\right)=f(x)$

Il suffit donc d'étudier l'intersection de la droite $y=k$ avec la fonction $y=f(x)$

$k>-2$ 1 solution

$k=-2$ 2 solutions

$k<-2$ 3 solutions



10 septembre 2015

EXANA412 – EPL, UCL, LLN, juillet 2015 série 1

Marco a apporté ce matin à son amie Linie les 216 g de chocolat pour le glaçage des gâteaux de la fête de ce soir, mais il doit aussi apporter la petite table (de forme rectangulaire) pour y placer les gâteaux et il a oublié de demander les tailles exactes de ceux-ci. Il sait que Linie fait toujours des gâteaux *carrés*, qu'elle utilise généralement 100 g de chocolat pour le glaçage d'un gâteau de 10×10 cm (elle glace uniquement la face supérieure), et qu'elle a décidé de faire 2 gâteaux pour ce soir, dont l'un avec double ration de glaçage. Quelle est la longueur L minimale de la table (rectangulaire) qu'il doit apparter afin d'être certain que les deux gâteaux pourront être placés côte à côte sans déborder de la table (les côtés des gâteaux parallèles à ceux de la table comme indiqué sur la figure)? Justifier soigneusement votre raisonnement et détaillez vos calculs. On notera x_1 le côté du gâteau normal et x_2 le côté du gâteau avec double ration de glaçage.

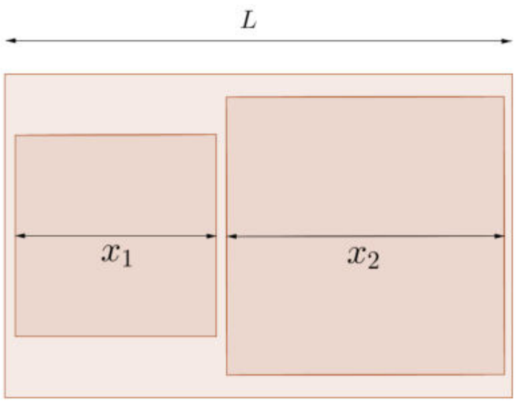


Fig 1 : Schéma des gâteaux sur la table
(Les proportions ne sont pas nécessairement respectées)

Pour vous aider, vous pouvez suivre la méthodologie suivante :

1. Ecrire en fonction de x_1 et x_2 la quantité de chocolat utilisée. En déduire l'expression de x_1 en fonction de x_2 en imposant qu'exactement 216 g de chocolat ont été utilisés.
2. Ecrire la taille requise pour la table en fonction de x_1 et x_2, puis de x_2 seulement.
3. Comment s'assurer que la taille L de la table soit suffisante quel que soit la valeur de x_2 chosie par Linie.

Solution proposée par Nicole Berckmans

$$x_1^2 + 2x_2^2 = 216$$

$$L = x_1 + x_2 = \sqrt{216 - 2x_2^2} + x_2 = f\left(x_2\right)$$

$$f'\left(x_2\right) = 1 - \frac{2x_2}{\sqrt{216 - 2x_2^2}}$$ s'annule pour $x_2 = 6$ Dans ce cas $x_1 = 12$

x_2	0		6		$6\sqrt{3}$
f'		$+$	0	$-$	
f		$\nearrow$	M	$\searrow$	

18 cm correspond au maximum que peut atteindre $x_1 + x_2$ pour $x_2 = 6$ cm et $x_1 = 12$ cm. La longueur minimale de la table est donc de 18 cm $\Rightarrow \boxed{L \geq 18 \text{ cm}}$

10 septembre 2015

EXANA413 – EPL, UCL, LLN, juillet 2015 série 2

1. Calculer l'intégrale indéfinie

$$\int \frac{1+\tan^2(\ln x)}{x}\,dx$$

2. Calculer la limite suivante

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(\ln(1+x))}{\sqrt{1+x}-1}$$

3. Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$ telle que $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=0$. Démontrer que $f(0)=0$

Solution proposée par Nicole Berckmans

1. On pose $u=\ln x \Rightarrow du=\frac{1}{x}dx$

$$\Rightarrow I=\int (1+\tan^2 u)\,du=\int \frac{1}{\cos^2 u}du=\tan u=\tan(\ln x)+k$$

2. $$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(\ln(1+x))}{\sqrt{1+x}-1}=\left[\frac{0}{0}\right]\xrightarrow{\text{Hospital}}\lim_{x\to 0}\frac{\cos(\ln(1+x)).\frac{1}{1+x}}{\frac{1}{2\sqrt{1+x}}}=2$$

3. $$f(0)=\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}.x=0\times 0=0$$

---

10 septembre 2015

EXANA414 – EPL, UCL, LLN, juillet 2015 série 2

On considère la fonction f définie par

$$f(x)=\ln\left(1+\tan^2 x\right)$$

1. Discuter le domaine de définition D_f de f
2. Démontrer qu'il suffit d'étudier f sur $D_E=\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$
3. Etudier les variations de f sur D_E et représenter graphiquement f sur D_E.
   On précisera les asymptotes, les domaines de corissance et de décroissance et les extrema éventuels (on n'étudiera pas la concavité ni les points d'inflexion).
4. Soit g la restriction de f sur l'intervalle $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$. Démontrer que g admet une fonction réciproque g^{-1}. Préciser le domaine de définition de g^{-1}.

Solution proposée par Nicole Berckmans

1. $D_f=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \,|\, k\in\mathbb{Z}\right\}$

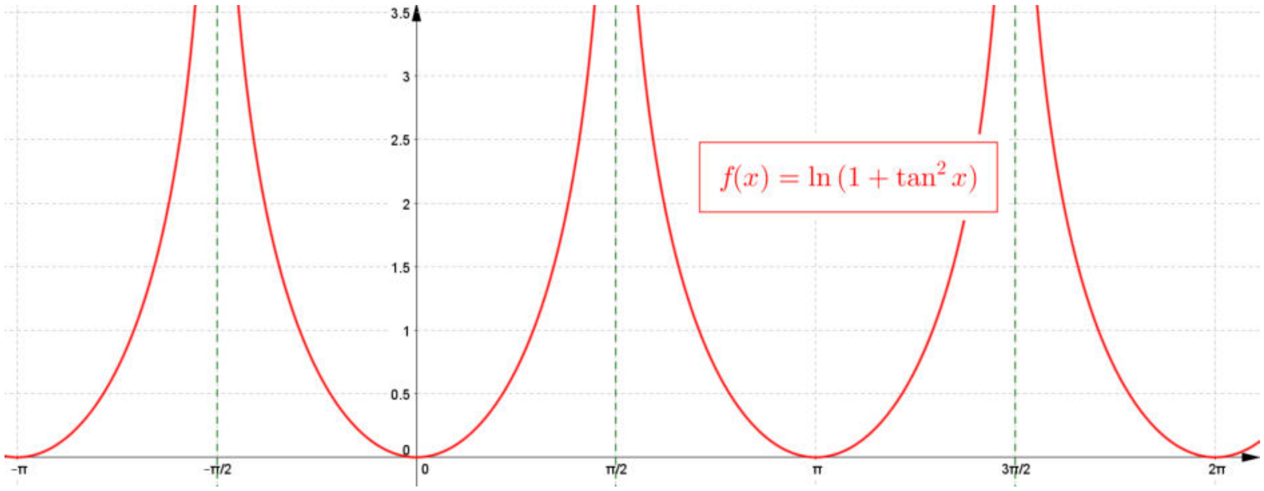
   Remarquons que $f(x)=\ln\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)=-2\ln\left|\cos x\right|$

2. f est paire car $f(-x)=f(x)$ et de période π. Donc il suffit d'étudier f sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$

3. AV en $\frac{\pi}{2}$ car $\lim\limits_{x\to\pi/2}=\left[-2\ln 0\right]=+\infty$

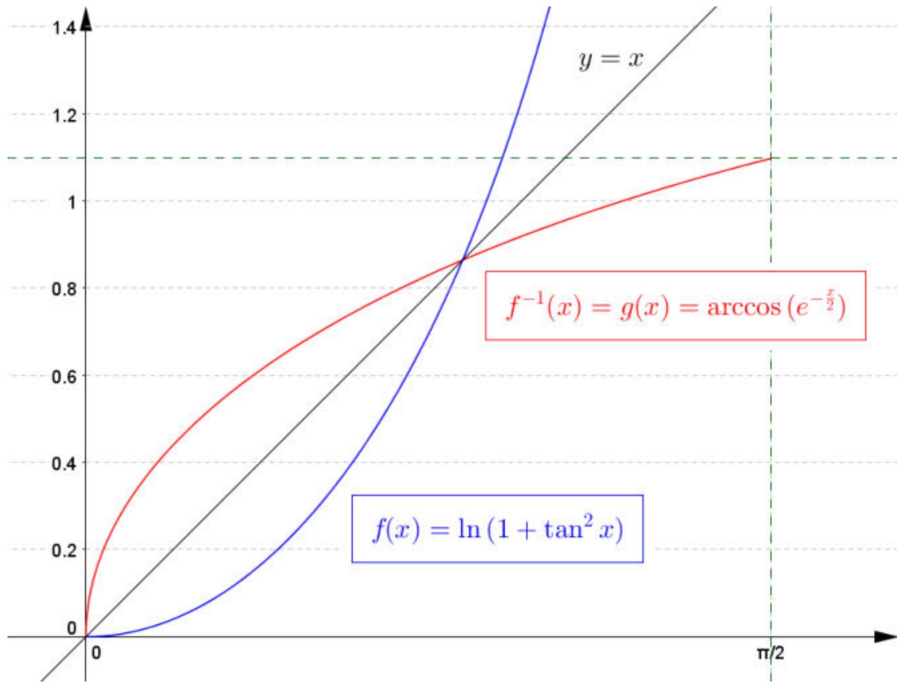
   $f(0)=0;\ f'(x)=\frac{2\sin x}{\cos x}=2\tan x\geq 0$ sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$

   f est donc croissante sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$



3. g^{-1} existe. En effet, f est strictement croissante sur $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right[$.

Elle y est injective et g^{-1} existe.



10 septembre 2015

EXANA415 EPL, UCL, LLN, juillet 2015 série 2

Une architecte prépare la conception d'un façade sur un thème floral, et veut y intégrer une grande fenêtre rectangulaire, décorée par des mosaïques en demi-cercle selon le schéma de la figure ci-dessous.

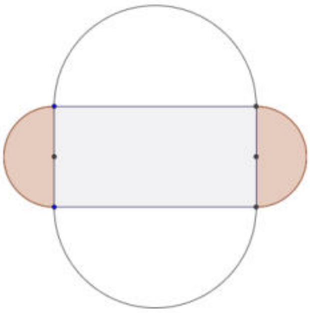


Fig 1 : Schéma de la fenêtre et de ses décorations.
(les proportions ne sont pas nécessairement respectées).

Soient a et b deux nombres réels positifs. Les demi-cercles au-dessus et en dessous de la fenêtre seront couverts d'une mosaïque dont le prix est fixé à $p_1 = \frac{4a}{\pi}\left[€/\mathrm{m}^2\right]$. Les demi-cercles à gauche et à droite seront couverts par une mosaïque bleue dont les prix est fixé à $p_2 = \frac{4b}{\pi}\left[€/\mathrm{m}^2\right]$. L'architecte dispose pour les mosaïques de cette fenêtre d'un budget total égal à $B_T = ab$. Quelle est la surface maximale qu'elle peut prévoir pour la fenêtre tout en respectant le budget disponible? Détaillez soigneusement votre raisonnement et vos calculs.

Solution proposée par Nicole Berckmans

Budget jaune $= \pi R^2.\frac{4a}{\pi} = 4aR^2$ €; Budget bleu $= \pi r^2.\frac{4b}{\pi} = 4br^2$ €;

Budget total $= ab = 4\left(aR^2 + br^2\right)$.

On en déduit : $r^2 = \frac{a}{4b}\left(b - 4R^2\right)$

Surface de la fenêtre : $S = 4rR$.

$$F(R) = 4R.\sqrt{\frac{a}{4b}\left(b-4R^2\right)} = 2R\sqrt{\frac{a}{b}}.\sqrt{b-4R^2}$$

$$\frac{dF}{dR} = 2\sqrt{\frac{a}{b}}\left[\sqrt{b-4R^2} - \frac{8R^2}{2\sqrt{b-4R^2}}\right] = 2\sqrt{\frac{a}{b}}.\frac{b-8R^2}{\sqrt{b-4R^2}}$$

R	0		$\sqrt{\frac{b}{8}}$	
$\frac{dF}{dR}$		$+$	0	$-$
F		$\nearrow$	M	$\searrow$

Si $R = \sqrt{\frac{b}{8}}$, alors $r = \sqrt{\frac{a}{8}} \Rightarrow \boxed{S = \frac{\sqrt{ab}}{2}\ \mathrm{m}^2}$

EXANA416 – EPL, UCL, LLN, septembre 2015

1. Calculer la primitive suivante :

$$\int \frac{1+\ln x}{x^2}\,dx$$

2. Vrai ou faux (Justifier)
   - Une fonction peut être continue mais non dérivable en un point.
   - Si deux fonctions ont la même dérivée, elles sont égales.
   - Si une fonction paire est dérivable, sa dérivée est aussi paire.
3. Soit f et g les fonctions définies par

$$f(x)=\sqrt{2x+1} \text{ et } g(x)=\frac{1}{x}$$

Déterminer le domaine de définition de $f \circ g$ puis déterminer $(f \circ g)(x)$

Solution proposée par Louis François.

1. Par partie : $\int \frac{1+\ln x}{x^2}dx = (1+\ln x)\left(-\frac{1}{x}\right)+\int \frac{1}{x^2}dx = -\frac{2+\ln x}{x}+k$
2. Vrai : $f(x)=|x|$ est continue sur $\mathbb{R}$ et non dérivable en $x=0$

   Faux : exemple $f(x)=0$ et $g(x)=1$ sont tels que $f'(x)=g'(x)$

   Faux : exemple $f(x)=x^2$ est paire et dérivable, et $f'(x)=2x$ est impaire
3. $g: x \to g(x)=\frac{1}{x}=u \qquad$ où $\quad x \neq 0$

   $f: u \to f(u)=\sqrt{2u+1} \qquad$ où $\quad -\frac{1}{2}\leq u$

   $f \circ g : x \to f(g(x))=\sqrt{2\frac{1}{x}+1}=\sqrt{\frac{2+x}{x}}$ avec $x\neq 0$ et $\frac{2+x}{x}\geq 0$

   $\Rightarrow dom\ f(g(x)) \ = \ ]\leftarrow,-2]\cup]0,\rightarrow[$

EXANA417- EPL, UCL, LLN, septembre 2015

On considère la fonction f définie par

$$f(x)=\frac{1+\ln x}{x^2}$$

1. Déterminer le domaine de définition de f.
2. Etudier les variations de f et tracer sa courbe représentative C_f. On précisera les éventuelles asymptotes, les domaines de croissance et de décroissance et les extrema éventuels (on n'étudiera pas la concavité ni les points d'inflexion).
3. Soit A l'aire délimitée par l'axe des abscisses, la courbe C_f et les droites d'équations respectives $x=\frac{1}{e}$ et $x=2$

   Démontrer que $0\leq A\leq e-\frac{1}{2}$

Solution proposée par Nicole Berckmans

1. $Dom\, f =]0,\rightarrow[$

2. AV $\equiv x=0$ car $\lim_{x\to 0^+} f(x)=\left[\frac{-\infty}{0^+}\right]=-\infty$

   AH $\equiv y=0$ car $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\left[\frac{-\infty}{+\infty}\right]\xrightarrow{\text{Hospital}}\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{2x^2}=\left[\frac{1}{\infty}\right]=0$

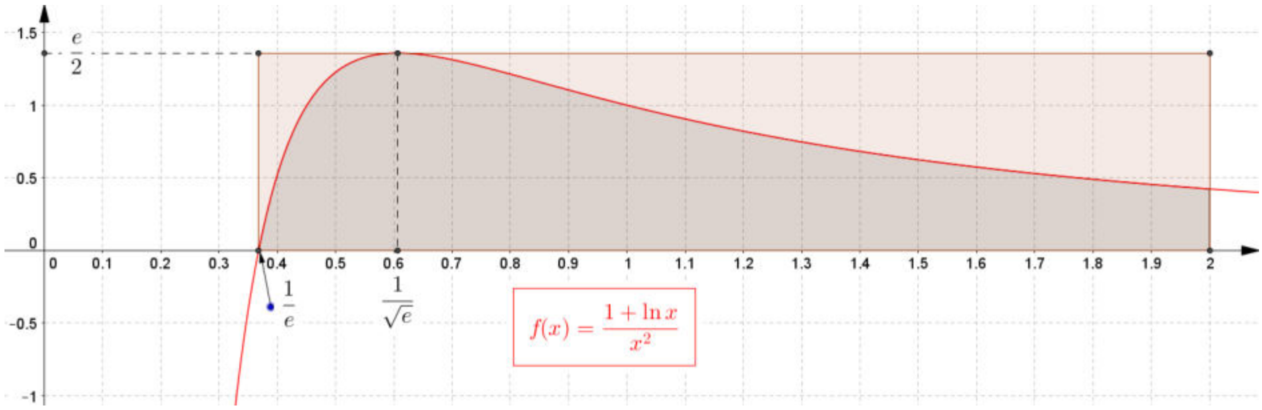
   $G_f\cap Ox=\left\{\left(\frac{1}{e},0\right)\right\}$

   $f'(x)=-\frac{1+2\ln x}{x^3}$ s'annule en $x=\frac{1}{\sqrt{e}}$ avec $f\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)=\frac{e}{2}$

x	0		$\frac{1}{\sqrt{e}}$	
f'	/	+	0	−
f	/	↗	M	↘

3. $0\leq A$ car sur $\left[\frac{1}{e},2\right]$, la fonction est positive.

   $A\leq e-\frac{1}{2}$ car l'aire sous la courbe est inférieure à l'aire du rectangle de base $2-\frac{1}{e}$ et de hauteur $\frac{e}{2}$, or $\left(2-\frac{1}{e}\right).\frac{e}{2}=e-\frac{1}{2}$



Autre méthode :

L'aire sous la courbe : $A = \int_{\frac{1}{e}}^{2} \frac{1+\ln x}{x^2}\,dx = \left[\frac{-2-\ln x}{x}\right]_{x=2} - \left[\frac{-2-\ln x}{x}\right]_{x=\frac{1}{e}}$

$$= \left(-1-\frac{\ln 2}{2}\right) - \left(-2e+e\right) = -1-\frac{\ln 2}{2}+e$$

Il reste à prouver que : $-1-\frac{\ln 2}{2}+2 < e-\frac{1}{2}$

càd $\qquad -\frac{\ln 2}{2} < \frac{1}{2}$

en effet $\ln 2$ est positif puisque $2 > 1$

Rem : puisque sur $\left[\frac{1}{e}, 2\right]$, la fonction est positive, l'aire A est bien positive

10 septembre 2015

EXANA418 – EPL, UCL, LLN, septembre 2015

Un groupe de lilliputiens effectue une randonnée dans les montagnes de Tasmanie.
La fonction :

$$f(x) = 80x^3 - 360x^2 + 480x + 280$$

décrit leur altitude (en mètres) tout au long de leur trajet, en fonction de la distance parcourue $x \in [0,3]$ (en kilomètres). Calculer le *dénivélé positif* de leur parcours. Celui-ci est défini comme la somme des gains en altitude sur l'ensemble des parties ascendantes du parcours (commençant en $x = 0$ km et finissant en $x = 3$ km, en ignorant les parties descendantes.
Pour simplifier vos calculs, nous vous conseillons de travailler avec la fonction

$$g(x) = \frac{f(x)}{40} = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 7$$

et de convertir vos résultats à la fin. *Détaillez et justifiez votre raisonnement.*

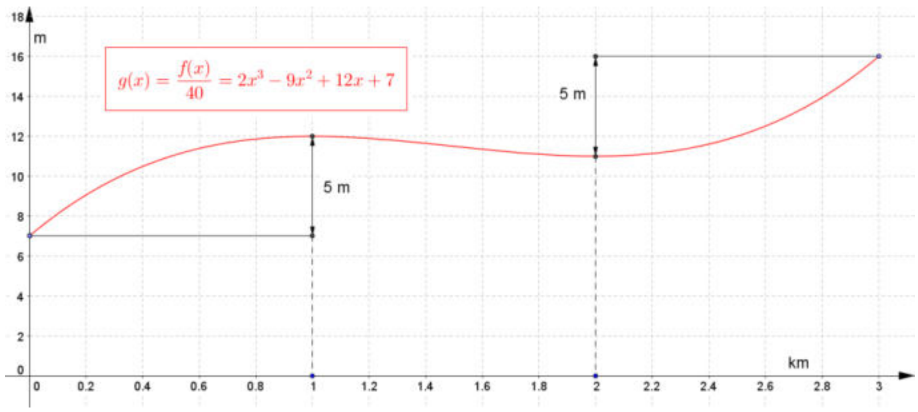
Solution proposée par Louis François

On calcule le dénivellé positif de y et on multiplie par 40.
Unité d'abscisse : km, d'ordonnée : m.

$$g'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x^2 - 3x + 2) = 6(x-2)(x-1)$$

x	0		1		2		3
g'		+	0	−	0	+	
g	m 7	↗	M 12	↘	m 11	↗	M 16

Dénivelé positif pour $y = (12-7) + (16-11) = 10$ m $\Rightarrow$ $\boxed{\text{pour } f = 400 \text{ m}}$



---

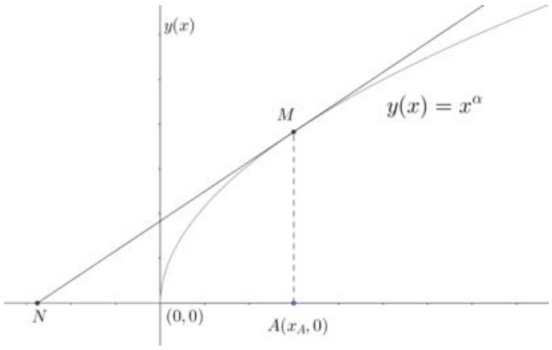
10 septembre 2015

EXANA419 – Polytech, Umons, Mons, Juillet 2015.

Soit la fonction

$$y(x) = x^{\alpha} \quad \text{avec} \quad 0 < \alpha < 1 \;\text{ et }\; x \geq 0 \qquad (1)$$

représentée ci-dessous pour une valeur de α respectant (1)



La tangente à la courbe ci-dessus au point M d'abscisse x_A coupe l'axe des abscisses au point N. On demande de calculer la valeur de α de telle sorte que l'aire sous-tendue par $y(x)$ entre les abscisses 0 et x_A soit égale à la moitié de l'aire du triangle AMN.

Etablissons l'équation de la tangente en $x = x_A$

$$y = x^{\alpha} \Rightarrow y = \alpha x^{\alpha-1}$$

$$t \equiv y - x_A^{\alpha} = \alpha x_A^{\alpha-1}(x - x_A)$$

Cette tangente coupe l'axe des x en x_N : $-x_A^{\alpha} = \alpha x_A^{\alpha-1}(x_N - x_A) \Rightarrow x_N = \dfrac{\alpha-1}{\alpha}x_A \qquad (1)$

L'aire du triangle AMN : $A = \dfrac{(x_A - x_N)x_A^{\alpha}}{2}$

Et on doit avoir : $\dfrac{A}{2} = \displaystyle\int_0^{x_A} x^{\alpha}dx \Rightarrow \dfrac{(x_A - x_N)x_A^{\alpha}}{4} = \dfrac{x_A^{\alpha+1}}{\alpha+1}$

En tenant compte de (1) : $(\alpha+1)\left(x_A - \dfrac{\alpha-1}{\alpha}x_A\right) = 4x_A^{\alpha+1} \Rightarrow (\alpha+1)(\alpha-\alpha+1) = 4\alpha$

Finalement : $\boxed{\alpha = \dfrac{1}{3}}$ Et donc α est indépendant du point A.

Solution proposée par Antoine Randour

-Tout d'abord, déterminons l'équation de la tangente au point M de la droite ayant pour équation:

$$y(x) = x^{\alpha}$$

-Nous avons donc :

$$tg \equiv y - y_A = f'(A)(x - x_A)$$

$$tg \equiv y - x_A^{\alpha} = \alpha x_A^{\alpha-1}(x - x_A)$$

$$tg \equiv y = \alpha x_A^{\alpha-1}(x - x_A) + x_A^{\alpha}$$

-Par après, calculons les coordonnées du point N :

$$y = 0$$

$$0 = \alpha x_A^{\alpha-1}(x - x_A) + x_A^{\alpha}$$

$$\alpha x_A^{\alpha-1} x = \alpha x_A^{\alpha-1} x_A - x_A^{\alpha}$$

$$x = \frac{x_A(\alpha - 1)}{\alpha}$$

$$N(\frac{x_A(\alpha-1)}{\alpha};0)$$

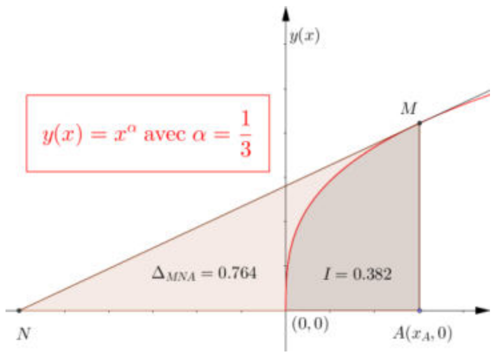
$$Aire_1 = \int_0^{x_A} x^{\alpha} dx = \left[\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}\right]_0^{x_A} = \frac{x_A^{\alpha+1}}{\alpha+1}$$

-Et maintenant l'aire de la tangente à cette droite :
Pour se faire, nous pouvons remarquer que les points NMA forment un triangle, il n'est donc pas nécessaire de passer par une intégrale pour calculer cette aire.

$$Aire_2 = \frac{b.h}{2} = \frac{(x_A - \frac{x_A(\alpha-1)}{\alpha}).x_A^{\alpha}}{2} = \frac{x_A^{\alpha+1}}{2} - \frac{x_A^{\alpha+1}}{2} + \frac{x_A^{\alpha+1}}{2\alpha}$$

Et donc :

$$Aire_1 = \frac{1}{2} Aire_2 \Rightarrow \frac{x_A^{\alpha+1}}{\alpha+1} = \frac{1}{2}\frac{x_A^{\alpha+1}}{2\alpha} \Rightarrow \alpha + 1 = 4\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3}$$



25 juin 2015. Modifié le 9 mai 2016 (Antoine Randour)