

**Exercices résolus de mathématiques.**

# **Trigonométrie**

# **Calcul numérique**

## **TRI 1**

**EXTRI010 – EXTRI019**

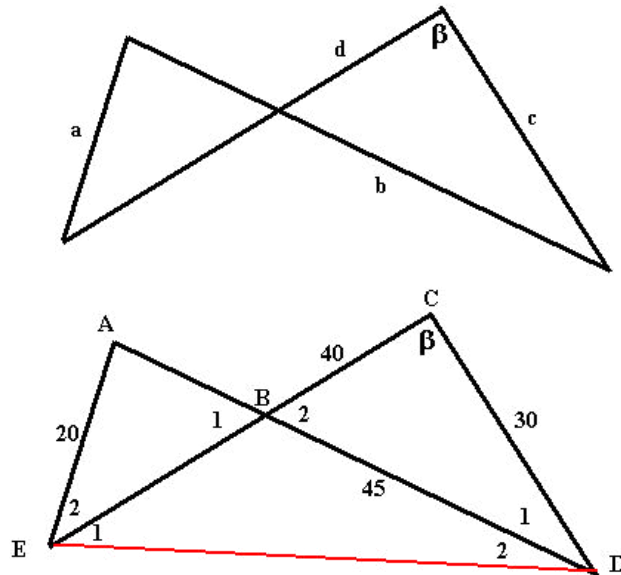
<http://matheux.ovh/Accueil.html>

Jacques Collot

1 avril 03

## EXTRI010 – Liège, septembre 1996.

Calculer l'aire de la surface définie par la figure ci-dessous, sachant que  $a = 20$  cm,  $b = 45$  cm,  $d = 40$  cm et  $\beta = \pi/2$



$$E_1 = \arctan \frac{30}{40} = 36.8699^\circ$$

$$ED = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50$$

$$A = \arccos \frac{50^2 - 20^2 - 45^2}{-2 \times 20 \times 45} = 92.3880^\circ$$

$$E = \arccos \frac{45^2 - 20^2 - 50^2}{-2 \times 20 \times 50} = 64.0555^\circ \rightarrow E_2 = 27.1856^\circ$$

$$B_2 = 180 - 92.3880 - 27.1856 = 60.4264^\circ$$

$$EB = AE \frac{\sin A}{\sin B_2} = 20 \frac{\sin 92.3880}{\sin 60.4265} = 22.9759$$

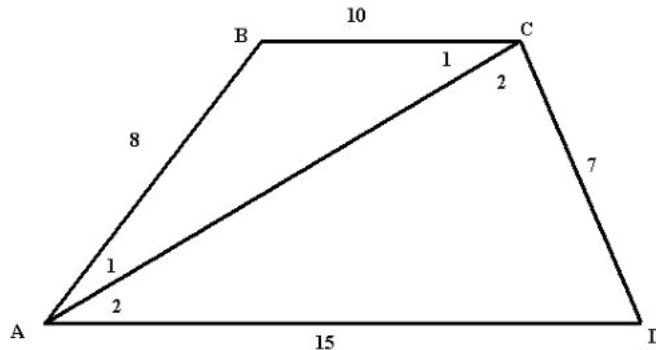
$$S = \frac{1}{2} \times 22.9759 \times 20 \times \sin 27.1856$$

$$+ \frac{1}{2} \times 17.0241 \times 30$$

$$S = 360.3325 \text{ cm}^2$$

## EXTRI011 – Mons, questions-types 2000-2001.

Dans un trapèze ABCD, on connaît la longueur des bases ( $AD = 15$  m,  $BC = 10$  m) ainsi que la longueur des côtés non parallèles ( $AB = 8$  m,  $CD = 7$  m).  
Calculer les angles et l'aire du trapèze.



Remarquons que  $C_1 = A_2$

$$\begin{cases} 8^2 = AC^2 + 10^2 - 20 \times AC \times \cos C_1 \\ 7^2 = AC^2 + 15^2 - 30 \times AC \times \cos A_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \cos A_2 = \frac{8^2 - 7^2 - 10^2 + 15^2}{10 AC} = \frac{14}{AC}$$

$$\rightarrow 7^2 = AC^2 + 15^2 - 30 \times AC \times \frac{14}{AC} \rightarrow AC^2 = 244 \rightarrow AC = 15.6205$$

$$\rightarrow A_2 = C_1 = \arccos -\frac{7^2 - 244^2 - 15^2}{30 \times 15.6205} = 26.3295$$

$$\text{Or } \frac{\sin D}{AC} = \frac{\sin A_2}{CD} \rightarrow \sin D = \frac{15.6205}{7} \sin 26.3295 \rightarrow D = 81.7869^\circ$$

$$\text{De même } \sin B = \frac{AC}{8} \sin C_1 = \frac{15.5205}{8} \sin 26.3295 \rightarrow B = 120^\circ$$

$$\sin A_2 = \frac{BC}{AC} \sin B = \frac{10}{15.6205} \sin 120 \rightarrow 33.6705^\circ$$

$$A = A_1 + A_2 = 26.3295 + 33.6705 = 60^\circ$$

$$\sin C_2 = \frac{AD}{AC} \sin D = \frac{15}{15.6205} \sin 81.7869 \rightarrow C_2 = 71.8787$$

$$C = C_1 + C_2 = 26.3295 + 71.8787 = 98.21^\circ$$

Calculons la surface

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} BA \times BC \times \sin B + \frac{1}{2} AD \times CD \times \sin D \\ &= \frac{1}{2} (8 \times 10 \times \sin 120 + 15 \times 7 \times \sin 81.7869) \end{aligned}$$

$$A = 86.6 \text{ m}^2$$

## EXTRI012 – Liège, juillet 2000.

Si

$$\tan x + \sin x = m \quad \text{et} \quad \tan x - \sin x = n$$

quand a-t-on l'égalité ?

$$m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$$

$$CE : x \neq \pm \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

On voit immédiatement que le système admet comme solution :  $x = k\pi$

Dans les autres cas :

$$\begin{cases} \tan x + \sin x = m \\ \tan x - \sin x = n \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (\tan x + \sin x)^2 = m^2 \\ (\tan x - \sin x)^2 = n^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tan^2 x + 2 \tan x \sin x + \sin^2 x = m^2 \\ \tan^2 x - 2 \tan x \sin x + \sin^2 x = n^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow 4 \tan x \sin x = m^2 - n^2 \rightarrow \tan x \sin x = \frac{\sin^2 x}{\cos x} = \frac{m^2 - n^2}{4}$$

Or on a également:

$$\begin{cases} \tan x + \sin x = m \\ \tan x - \sin x = n \end{cases} \rightarrow \tan^2 x - \sin^2 x = mn$$

$$\rightarrow \frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x (1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x} = \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} = mn \rightarrow \frac{\sin^2 x}{\cos x} = \pm \sqrt{mn}$$

$$1) \frac{\sin^2 x}{\cos x} \geq 0 \rightarrow \cos x \geq 0 \rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Avec la CE : } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$

Dans ce cas, l'égalité :  $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$  est toujours vérifiée

$$2) \frac{\sin^2 x}{\cos x} < 0 \quad \cos x < 0 \rightarrow \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$$

Dans ce cas, l'égalité est impossible car on a alors  $m^2 - n^2 = -\sqrt{mn}$

Conclusion  $\boxed{-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad x = k\pi}$

---

Résolu le 18 février 2002. Modifié le 29 juin 2004

## EXTRI013 – Liège, juillet 2000.

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 2 \sin x = \cos y \\ \sin^2 x + \sin^2 y + \cos y + 0.75 = 0 \end{cases}$$

et représenter sur le cercle trigonométrique.

$$\begin{cases} 2 \sin x = \cos y \\ \sin^2 x + \sin^2 y + \cos y + 0.75 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \sin^2 x + 1 - \cos^2 y + 2 \sin x + 0.75 &= 0 \quad \text{car } \sin^2 y = 1 - \cos^2 y \text{ et } \cos y = 2 \sin x \\ \sin^2 x - 4 \sin^2 x + 2 \sin x + 1.75 &= 0 \quad \text{car } \cos^2 y = 4 \sin^2 y \\ -3 \sin^2 x + 2 \sin x + 1.75 &= 0 \quad \text{qui est une équation du second degré en } \sin x \end{aligned}$$

$$\sin x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 3 \times 1.75}}{-3} = -\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x_2 = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\rightarrow 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \cos y \rightarrow \cos y = -1 \rightarrow \boxed{y = (2k+1)\pi}.$$

Nous laissons le lecteur représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

---

Modifié 22 août 2005. Modifié 4 avril 2008 (Hadri14)

## EXTRI014 – FACSA, ULiège, Liège, septembre 2000.

Résoudre l'équation suivante et représenter sur le cercle trigonométrique.

$$2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$$

et représenter sur le cercle trigonométrique.

---

$$2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$$

$$2\sin^2 x = 1 - \cos 2x \Rightarrow \cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x = -2$$

Méthode 1 : (Voir note)

$$a \cos x + b \sin x = \frac{a}{\cos \varphi} \cos(x - \varphi) \text{ avec } \tan \varphi = \frac{b}{a}$$

$$\tan \varphi = \frac{b}{a} = -\sqrt{3} \Rightarrow \varphi = -60^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos(-60)} \cos(2x + 60) = -2 \Rightarrow \cos(2x + 60) = -1$$

$$2x + 60 = 180 + 2k180 \Rightarrow x = 60 + k180$$

Méthode 2 : (Voir note)

$$a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \alpha) \text{ avec } \cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3+1}} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 150^\circ$$

$$\Rightarrow 2\sin(2x + 150) = -2$$

$$2x + 150 = -90 + 2k180 \Rightarrow x = 60 + k180$$

le lecteur représentera les solutions sur le cercle trigonométrique.

Note - Résolution de l'équation :  $a \cos x + b \sin x = c$

Méthode 1

On réarrange :  $a \cos x + b \sin x = c \Rightarrow \cos x + \frac{b}{a} \sin x = \frac{c}{a}$

On pose  $\frac{b}{a} = \tan \varphi$ , et donc  $\varphi = \arctan b$ .

On alors :

$$\cos x + \tan \varphi \sin x = \frac{c}{a} \Rightarrow \cos x + \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \sin x = \frac{c}{a} \Rightarrow \cos x \cos \varphi + \sin x \sin \varphi = \frac{c}{a} \cos \varphi$$

Ou encore :  $\cos(x - \varphi) = \frac{c}{a} \cos \varphi$  qui est une équation qui se résoud facilement.

Une variante consiste à poser  $\frac{a}{b} = \tan \varphi$ , ce qui conduit à  $\sin(x + \varphi) = \frac{c}{b} \cos \varphi$ .

Méthode 2.

On pose :  $\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  et  $\cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

On vérifie facilement que  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

L'équation devient :  $\sqrt{a^2 + b^2} (\sin \alpha \cos x + \cos \alpha \sin x) = c$

$$\Rightarrow \sin(x + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ qui est aussi facile de résoudre.}$$

---

Modifié le 5 septembre 2018

**EXTRI015 – FSA, ULG, Liège, juillet 1999.**

**FACSA, ULB, Bruxelles, juillet 2009**

Résoudre

$$1 + \sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x - \cos 2x + \cos 3x$$

---

Rappel : les formules de Simpson

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Méthode 1

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x - \cos 2x + \cos 3x - 1$$

$$\underbrace{\sin x + \sin 3x}_{\text{Simpson}} + \sin 2x = \underbrace{\cos x + \cos 3x}_{\text{Simpson}} - \underbrace{(\cos 2x + 1)}_{2 \cos^2 x}$$

$$\cancel{\sin 2x} \cos x + \cancel{\sin x} \cos x = \cancel{\cos 2x} \cos x - \cancel{\cos^2 x}$$

$$1) \cos x = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{x = \pm \frac{\pi}{2} + 2k\pi}$$

Il reste :

$$\underbrace{\sin 2x + \sin x}_{\text{Simpson}} = \underbrace{\cos 2x - \cos x}_{\text{Simpson}}$$

$$\cancel{\sin \frac{3x}{2}} \cos \frac{x}{2} = -\cancel{\sin \frac{3x}{2}} \sin \frac{x}{2}$$

$$2) \sin \frac{3x}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \frac{3}{2}x = 2k\pi & \rightarrow \quad \boxed{x = \frac{4k\pi}{3}} \\ \frac{3}{2}x = \pi + 2k\pi & \rightarrow \quad \boxed{x = \frac{2\pi}{3} + \frac{4k\pi}{3}} \end{cases}$$

Il reste :

$$\cos \frac{x}{2} = -\sin \frac{x}{2} \rightarrow \cos \frac{x}{2} = \cos \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$3) \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{2} + 2k\pi & \rightarrow \text{Impossible} \\ \frac{x}{2} = -\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2} + 2k\pi & \rightarrow x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad \text{Solution déjà identifiée en 1)} \end{cases}$$



## Méthode 2

$$1 + \sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x - \cos 2x + \cos 3x$$

$$1 + \sin x + \sin 2x + \sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x$$

$$- \cos x + \cos 2x - \cos x \cos 2x + \sin x \sin 2x = 0$$

$$1 + \sin x - \cos x + (1 + \sin x - \cos x) \cos 2x + (1 + \cos x + \sin x) \sin 2x = 0$$

$$(1 + \sin x - \cos x)(1 + \cos 2x) + (1 + \cos x + \sin x) \sin 2x = 0$$

$$2(1 + \sin x - \cos x) \cos^2 x + 2 \sin x \cos x (1 + \cos x + \sin x) = 0$$

$$\rightarrow 1) \cos x = 0 \rightarrow x = \pm \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

Il reste:

$$(1 + \sin x - \cos x) \cos x + \sin x (1 + \cos x + \sin x) = 0$$

$$\cos x + \sin x \cos x - \cos^2 x + \sin x + \sin x \cos x + \sin^2 x = 0$$

$$\cos x + \sin 2x + \sin x - \cos 2x = 0$$

$$2 \sin \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2} - 2 \sin \frac{3x}{2} \sin \left( -\frac{x}{2} \right) = 0$$

$$\rightarrow 2) \sin \frac{3x}{2} = 0 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{4k\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} + \frac{4k\pi}{3} \end{cases}$$

$$\text{Il reste } \cos \frac{x}{2} - \sin \left( -\frac{x}{2} \right) = 0 \rightarrow \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\rightarrow \sin \frac{x}{2} = -\cos \frac{x}{2} = \cos \left( \pi - \frac{x}{2} \right) \rightarrow \cos \left( \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} \right) = \cos \left( \pi - \frac{x}{2} \right)$$

$$\rightarrow 3) a) \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} = \pi - \frac{x}{2} + 2k\pi \quad \text{Impossible.}$$

$$b) \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} = -\pi + \frac{x}{2} + 2k\pi$$

$$x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \quad \text{Déjà trouvé en 1)}$$

## EXTRI016 – FACSA, ULG, Liège, septembre 1999.

Résoudre l'équation

$$\tan x + \tan 2x + \tan 3x = 0$$

Expliciter les conditions d'existence. Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

---

Nous reprenons la solution proposée par l'université :

[http://www.ingveh.ulg.ac.be/fr/Examen\\_Admission/TrigoSolSept2009.pdf](http://www.ingveh.ulg.ac.be/fr/Examen_Admission/TrigoSolSept2009.pdf)

### Solution 1

Les conditions d'existence sont liées à l'existence de  $\tan x$ ,  $\tan 2x$  et  $\tan 3x$ .

Celles-ci étant remplies, on peut écrire

$$\tan x + \tan 2x + \frac{\tan x + \tan 2x}{1 - \tan x \tan 2x} = 0 \rightarrow \frac{(\tan x + \tan 2x)(1 - \tan x \tan 2x + 1)}{1 - \tan x \tan 2x} = 0$$

- $\tan x + \tan 2x = 0$

$$\tan 2x = -\tan x \rightarrow 2x = -x + k\pi \rightarrow 3x = k\pi \rightarrow \boxed{x = k \frac{\pi}{3}}$$

- $\tan x \tan 2x = 2$

$$\tan x \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = 2 \rightarrow 2 \tan^2 x = 2 - 2 \tan^2 x \rightarrow 4 \tan^2 x = 2 \rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \tan x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow x = \pm \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + k\pi = \boxed{\pm 0.6155 \text{ rad} + k\pi}$$

$$= \pm 35,2644^\circ + k180^\circ = \pm 35^\circ 15' 52'' + k180^\circ$$

La représentation sur le cercle trigonométrique est laissée au soin du lecteur.

## Solution 2

L'équation s'écrit :

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\sin 2x}{\cos 2x} + \frac{\sin 3x}{\cos 3x} = 0$$
$$\rightarrow \frac{\sin x \cos 2x \cos 3x + \sin 2x \cos x \cos 3x + \sin 3x \cos x \cos 2x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = 0$$

Etant donné que  $\cos x$ ,  $\cos 2x$  et  $\cos 3x$  ne peuvent être nuls à cause des conditions d'existence, on obtient :

$$\sin x \cos 2x \cos 3x + \sin 2x \cos x \cos 3x + \sin 3x \cos x \cos 2x = 0$$
$$\rightarrow (\sin x \cos 2x + \sin 2x \cos x) \cos 3x + \sin 3x \cos x \cos 2x = 0$$
$$\rightarrow \sin 3x \cos 3x + \sin 3x \cos x \cos 2x = 0$$

On obtient alors deux familles de solution :

- $\sin 3x = 0$

$$\sin 3x = 0 \rightarrow x = k180^\circ \rightarrow \boxed{x = k60^\circ}$$

- $\cos 3x + \cos x \cos 2x = 0$

$$\cos 3x + \cos x \cos 2x = 0$$
$$\rightarrow \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x + \cos x \cos 2x = 0$$
$$\rightarrow (\cos^2 x - \sin^2 x) \cos x - 2 \sin^2 x \cos x + \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) = 0$$
$$\rightarrow 2 \cos^3 x - 4 \sin^2 x \cos x = 0$$
$$\rightarrow 2 \cos^3 x - 2(1 - \cos^2 x) \cos x = 0$$
$$\rightarrow 3 \cos^3 x - 2 \cos x = 0$$
$$\rightarrow \cos x (3 \cos^2 x - 2) = 0$$

La solution  $\cos x = 0$  est à rejeter par les conditions d'existence. On obtient donc la seconde solution :

$$3 \cos^2 x = 2 \rightarrow \cos^2 x = \frac{2}{3} \rightarrow \cos x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$$
$$\rightarrow \boxed{x = \pm 35.2644^\circ + k180^\circ = \pm 35^\circ 12' 52'' + k180^\circ}$$

## EXTRI017 – FSA, ULG, Liège, juillet 1998.

Résoudre et représenter sur le cercle trigonométrique.

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = \tan^2 2x$$

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = \tan^2 2x$$

$$CE: x \neq -\frac{\pi}{2} \quad x \neq \pm \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = \frac{\sin^2 2x}{\cos^2 2x} = \frac{4 \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 2x} = \frac{4 \sin^2 x (1 - \sin^2 x)}{\cos^2 2x}$$

$$\rightarrow 1) \quad 1 - \sin x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

Il reste

$$\frac{1}{1 + \sin x} = \frac{4 \sin^2 x (1 + \sin x)}{\cos^2 2x}$$

$$(1 - 2 \sin^2 x)^2 = 4 \sin^2 x (1 + \sin x)^2$$

$$a) \quad 1 - 2 \sin^2 x = 2 \sin x (1 + \sin x)$$

$$4 \sin^2 x + 2 \sin x - 1 = 0 \rightarrow \sin x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4}$$

$$\rightarrow 2) \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + 2k\pi \\ x = \frac{9\pi}{10} + 2k\pi \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = -\frac{3\pi}{10} + 2k\pi \\ x = \frac{13\pi}{10} + 2k\pi \end{cases}$$

$$b) \quad 1 - 2 \sin^2 x = -2 \sin x (1 + \sin x) \rightarrow 1 - \cancel{2 \sin^2 x} = -2 \sin x - \cancel{2 \sin^2 x}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$$

### Solution proposée par Dickes Rémi

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = \tan^2 2x$$

$$CE : x \neq -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \quad x \neq \pm \frac{\pi}{4} + k\pi$$

On transforme :

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = \frac{\sin^2 2x}{\cos^2 2x} \rightarrow \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = \frac{1 - \cos 4x}{1 + \cos 4x} \rightarrow \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = \frac{1 - \cos 4x}{1 + \cos 4x}$$

$$\rightarrow (1 - \sin x)(1 + \cos 4x) = (1 + \sin x)(1 - \cos 4x)$$

$$\rightarrow \cancel{1} + \cos 4x - \sin x - \cancel{\sin x \cos 4x} = \cancel{1} - \cos 4x + \sin x - \cancel{\sin x \cos 4x}$$

$$\rightarrow \cos 4x = \sin x \rightarrow \cos 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\rightarrow 4x = \pm\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2k\pi \rightarrow \begin{cases} 5x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ 3x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + \frac{2k\pi}{5} \\ x = -\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{6} \end{cases}$$

---

## EXTRI018 – FSA, ULG, Liège, septembre 1998.

Résoudre et représenter sur le cercle trigonométrique.

$$\tan x = \frac{\tan 2x + 1}{\tan 2x - 1}$$

---

$$\tan x = \frac{\tan 2x + 1}{\tan 2x - 1}$$

$$CE: x \neq \pm \frac{\pi}{2} \quad x \neq \pm \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = \frac{\frac{\sin 2x}{\cos 2x} + 1}{\frac{\sin 2x}{\cos 2x} - 1} = \frac{\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x - \cos 2x}$$

$$\sin^2 2x - \sin 2x \cos 2x = \sin 2x + \cos 2x + \sin 2x \cos 2x + \cos^2 2x$$

$$\sin^2 2x - \cos^2 2x - 2 \sin 2x \cos 2x = \sin 2x + \cos 2x$$

$$-\cos 4x - \sin 4x = \sin 2x + \cos 2x$$

$$\sin 2x + \sin 4x = -(\cos 4x + \cos 2x)$$

$$\sin 3x \cos x = -\cos 3x \cos x$$

$$1) \cos x = 0 \quad \text{A rejeter car CE}$$

*Il reste :*

$$\sin 3x = -\cos 3x \rightarrow \tan 3x = -1$$

$$2) x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}$$

---

## EXTRI019 – FSA, ULG, Liège, juillet 1997.

Résoudre et représenter sur le cercle trigonométrique.

$$3 \cos x + 4 \sin x = 2$$

---

$$3 \cos x + 4 \sin x = 2$$

$$\tan \varphi = \frac{4}{3} \rightarrow \varphi = 53.13^\circ \rightarrow \frac{3}{\cos 53.13} \cos(x - 53.13) = 2$$

$$\cos(x - 53.13) = 0.4$$

$$\rightarrow \begin{cases} x + 119.5518 + 2k180 \\ x = -13.2918 + 2k180 \end{cases}$$