

Exercices résolus de mathématiques.

Trigonométrie

Calcul numérique

TRI 21

EXTRI210-EXTRI219

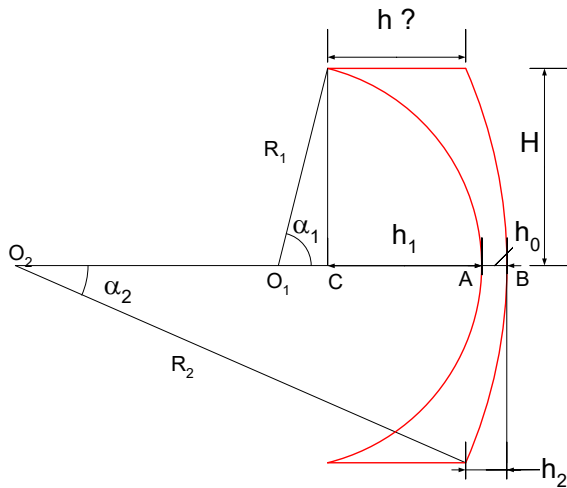
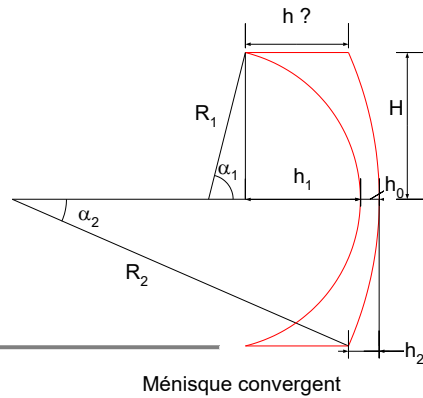
<http://www.matheux.c.la>

Jacques Collot
Benoit Baudalet – Steve Tumson

Juillet 08

EXTRI210 – Liège, septembre 2006

Le ménisque convergent représenté à la figure est limité à gauche par un arc de cercle de rayon $R_1 = 50$ mm et à droite par un arc de cercle de rayon $R_2 = 1000$ mm



On a immédiatement :

$$\begin{cases} H = R_1 \sin \alpha_1 \rightarrow \sin \alpha_1 = \frac{H}{R_1} \rightarrow \cos \alpha_1 = \sqrt{1 - \frac{H^2}{R_1^2}} \\ H = R_2 \sin \alpha_2 \rightarrow \sin \alpha_2 = \frac{H}{R_2} \rightarrow \cos \alpha_2 = \sqrt{1 - \frac{H^2}{R_2^2}} \end{cases}$$

De plus :

$$O_1C = R_1 \cos \alpha_1 \rightarrow h_1 = OA - O_1C = R_1 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{H^2}{R_1^2}} \right) = 50 \times \left(1 - \sqrt{1 - \frac{32.5^2}{50^2}} \right) = 12 \text{ mm}$$

De même :

$$h_2 = O_2B - R_2 \cos \alpha_2 = R_2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{H^2}{R_2^2}} \right) = 1000 \times \left(1 - \sqrt{1 - \frac{32.5^2}{1000^2}} \right) = 0.528 \text{ mm}$$

Pour trouver h :

$$h + h_2 = h_1 + h_0 \rightarrow h = h_0 + h_1 - h_2 = 2 + 12 - 0.528 = 13.472 \text{ mm}$$

Conclusion : $h_1 = 12 \text{ mm}; h_2 = 0.528 \text{ mm}; h = 13.472 \text{ mm}$

EXTRI211 – Bruxelles, juillet 2006

Résoudre l'équation

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 3x - 1 - \cos 2x$$

Utilisons Simpson

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 3x - 1 - \cos 2x$$

$$2\sin 2x \cos x + \sin 2x = 2\cos 2x \cos x - \cos 2x - 1$$

$$\text{Or } \cos 2x + 1 = 2\cos^2 x$$

$$\rightarrow \sin 2x(2\cos x + 1) = 2\cos x(\cos 2x - \cos x)$$

$$\rightarrow 2\sin x \cos x(2\cos x + 1) = 2\cos x(\cos 2x - \cos x) \quad (1)$$

$$\text{1er solution : } \cos x = 0 \rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

L'équation (1) devient : $2\sin x \cos x + \sin x = \cos 2x - \cos x$

$$\rightarrow \sin 2x + \sin x = \cos 2x - \cos x$$

$$\text{Utilisons denouveau Simpson } \rightarrow 2\sin \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2} = -2\sin \frac{3x}{2} \sin \frac{x}{2} \quad (2)$$

$$\text{2ème solution : } \sin \frac{3x}{2} = 0 \rightarrow \frac{3x}{2} = k\pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3}$$

L'équation (2) devient : $\cos \frac{x}{2} = -\sin \frac{x}{2}$

$$\rightarrow \tan \frac{x}{2} = -1 \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{3\pi}{4} + k\pi \rightarrow x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

Cette solution est incluse dans la deuxième

$$\text{Conclusion: } \boxed{x = (2k+1)\frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad x = \frac{2k\pi}{3}}$$

Le 30 janvier 2006

EXTRI212 – Bruxelles, juillet 2006

Soit l'équation (m est un paramètre réel)

$$\sin x + m \cos x = 2m$$

Déterminer m pour que cette équation admette deux solutions ayant pour somme $2\pi/3$.

Calculer ces solutions.

Soient α et β , les deux solutions. Nous avons $\alpha + \beta = \frac{2\pi}{3} \rightarrow \beta = \frac{2\pi}{3} - \alpha$.

Exprimons que α et $\frac{2\pi}{3} - \alpha$ sont deux solutions.

$$\begin{aligned} \rightarrow & \begin{cases} \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) + m \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) = 2m \\ \sin \alpha + m \cos \alpha = 2m \end{cases} \\ \rightarrow & \begin{cases} \sin \frac{2\pi}{3} \cos \alpha - \cos \frac{2\pi}{3} \sin \alpha + m \cos \frac{2\pi}{3} \cos \alpha + m \sin \frac{2\pi}{3} \sin \frac{2\pi}{3} = 2m \\ \sin \alpha + m \cos \alpha = 2m \end{cases} \\ \rightarrow & \begin{cases} (1 + \sqrt{3}m) \sin \alpha + (\sqrt{3} - m) \cos \alpha = 4m \\ \sin \alpha + m \cos \alpha = 2m \end{cases} \end{aligned}$$

Par Cramer, nous obtenons directement la solution de ce système :

$$\rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{\begin{vmatrix} 4m & \sqrt{3} - m \\ 2m & m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 + \sqrt{3}m & \sqrt{3} - m \\ 1 & m \end{vmatrix}} = \frac{4m - 2m\sqrt{3} + 2m^2}{2m + m^2\sqrt{3} - \sqrt{3}} = \frac{2m\sqrt{3}(\sqrt{3}m - 1)}{(m + \sqrt{3})(m\sqrt{3} - 1)} & (1) \\ \cos \alpha = \frac{\begin{vmatrix} 1 + \sqrt{3}m & 4m \\ 1 & 2m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 + \sqrt{3}m & \sqrt{3} - m \\ 1 & m \end{vmatrix}} = \frac{2m + 2m^2\sqrt{3} - 4m}{2m + m^2\sqrt{3} - \sqrt{3}} = \frac{2m(m\sqrt{3} - 1)}{(m + \sqrt{3})(m\sqrt{3} - 1)} & (2) \end{cases}$$

Avant de simplifier par $m\sqrt{3}-1$, nous devons envisager le cas $m = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

L'équation devient : $\sin x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos x = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\tan \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6} \rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Donc $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \rightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rightarrow x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

De cette série de solutions, il n'est pas possible d'en extraire deux dont la somme

vaut $\frac{2\pi}{3}$. En effet, soient $\begin{cases} \alpha = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \\ \beta = \frac{2\pi}{3} + 2k'\pi \end{cases} \rightarrow \alpha + \beta = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi + \frac{2\pi}{3} + 2k'\pi = \frac{2\pi}{3}$

$\rightarrow k - k' = -\frac{1}{3}$ et comme k et $k' \in \mathbb{N}$, c'est impossible.

Il nous faut envisager aussi le cas $m = -\sqrt{3}$

L'équation devient : $\sin x - \sqrt{3} \cos x = -2\sqrt{3}$

$\tan \varphi = -\sqrt{3} \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3} \rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{2}$

$\rightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3} > 1$ donc équation impossible

Effectuons donc la simplification. (1) et (2) deviennent :

$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{2m\sqrt{3}}{(m+\sqrt{3})} \\ \cos \alpha = \frac{2m}{(m+\sqrt{3})} \end{cases} \text{ or } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \frac{12m^2}{(m+\sqrt{3})^2} + \frac{4m^2}{(m+\sqrt{3})^2} = 1$$

$$\rightarrow 16m^2 = m^2 + 2\sqrt{3}m + 3 \rightarrow 15m^2 - 2\sqrt{3}m - 3 = 0 \rightarrow m = \frac{\sqrt{3} \pm 4\sqrt{3}}{15} \rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ m_2 = -\frac{\sqrt{3}}{5} \end{cases}$$

Le cas $m = \frac{\sqrt{3}}{3}$ a déjà été envisagé. Il reste $m = -\frac{\sqrt{3}}{5}$

L'équation devient : $\sin x - \frac{\sqrt{3}}{5} \cos x = -2 \frac{\sqrt{3}}{5}$

$\rightarrow \tan \varphi = -\frac{\sqrt{3}}{5} \rightarrow \varphi = -0.33347 \rightarrow \cos \varphi = 0.9449$

$\rightarrow \sin(x - 0.33347) = -0.65465 \rightarrow \begin{cases} x = -0.713724 + 0.33347 + 2k\pi \\ x = \pi + 0.713724 + 0.33347 + 2k\pi \end{cases}$

$\begin{cases} x = -0.380251 + 2k\pi \\ x = 4.188789 + 2k\pi \end{cases}$

Or $4.188789 \cong \frac{4\pi}{3}$. Ce qui nous donne comme couple de solutions

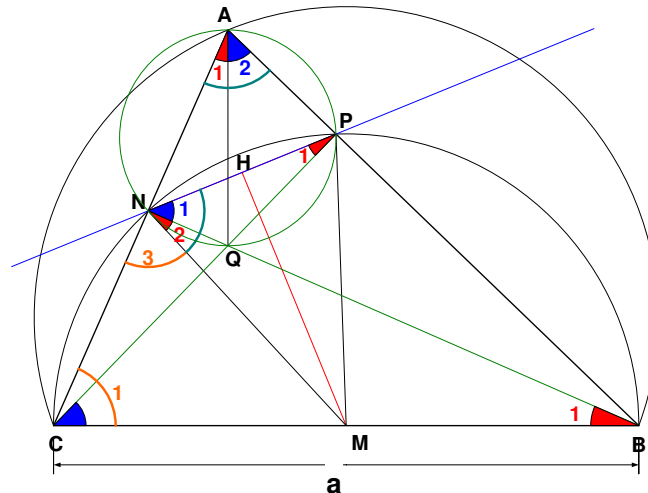
$x_1 = \frac{4\pi}{3}$ et $x_2 = \frac{4\pi}{3} - 2\pi = -\frac{2\pi}{3}$ qui vérifie $x_1 + x_2 = \frac{2\pi}{3}$

Le 30 janvier 2006

EXTRI213 – Louvain, juillet 2006

Dans un triangle ABC , calculer la distance du milieu du côté BC à la droite qui joint les pieds des hauteurs issus de B et de C . Exprimer la solution en fonction de $a = BC$ et de l'angle opposé A .

En premier lieu, représentez graphiquement le problème posé.



Notons que le sommet A est situé sur l'arc capable du segment BC .

Les points $ANQP$ sont cocycliques puisque ANQ et APQ sont des triangles rectangles qui ont la même hypoténuse.

$$\rightarrow \begin{cases} N_1 = A_2 \\ P_1 = A_1 \end{cases} \quad (1) \quad \text{car ce sont des angles inscrits qui interceptent les mêmes arcs.}$$

Les points $CNPB$ sont aussi cocycliques puisque CNB et CPB sont deux triangles rectangles qui ont la même hypoténuse. Les points C, N, D et P sont situés sur un cercle de diamètre CB et de centre M , milieu de CB

$$\rightarrow \overline{P_1 = B_1} \text{ car interceptent le même arc. Et donc avec (1) } \rightarrow \overline{B_1 = A_1} \quad (2)$$

De plus, Le triangle CNM est isocèle puisque $CM = NM \rightarrow \overline{C_1 = N_3}$

$$\text{Mais } \begin{cases} \overline{N_3 \text{ et } N_2 \text{ sont complémentaires}} \\ \overline{B_1 \text{ et } C_1 \text{ sont complémentaires}} \end{cases} \rightarrow \overline{B_1 = N_2}. \text{ Et donc avec (2) } \rightarrow \overline{N_2 = A_1}$$

$$\text{Finalement, nous déduisons que } \begin{cases} \overline{N_1 = A_2} \\ \overline{N_2 = A_1} \end{cases} \rightarrow \overline{N_1 + N_2 = A_1 + A_2 = A}$$

Finalement, dans le triangle rectangle NHM :

$$\rightarrow HM = NM \sin(\overline{N_1 + N_2}) = \frac{a}{2} \sin A \rightarrow \boxed{HM = \frac{a \sin A}{2}}$$

Le 17 avril 2007

EXTRI214 – Louvain, juillet 2006

On donne l'équation en x

$$(2\cos a - 1)x^2 - 4x + 4\cos a + 2 = 0$$

Pour quelles valeurs de a les racines sont-elles réelles et distinctes ?

Pour que cette équation ait deux racines réelles distinctes, il faut que son Δ soit positif.

Comme le coefficient de x est paire, calculons le Δ'

$$\begin{aligned}\Delta' &= 4 - (2\cos a - 1)(4\cos a + 2) = 4 - 8\cos^2 a - 2 = 6 - 8\cos^2 a \\ &= 2(3 - 4\cos^2 a) = 2(\sqrt{3} - 2\cos a)(\sqrt{3} + 2\cos a)\end{aligned}$$

$$1) \sqrt{3} - 2\cos a = 0 \rightarrow \cos a = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow a = \pm \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$2) \sqrt{3} + 2\cos a = 0 \rightarrow \cos a = -\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow a = \pm \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

Comme Δ' est une fonction périodique de période 2π , établissons le tableau de signe sur seulement l'intervalle $[-\pi, \pi]$.

	$-\pi$	$-\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{6}$	$+\frac{\pi}{6}$	$+\frac{5\pi}{6}$	π					
$\sqrt{3} - 2\cos a$	+	+	+	0	-	0	+	+	+	+	
$\sqrt{3} + 2\cos a$	-	-	0	+	+	+	+	+	0	-	-
Δ'	-	-	0	+	0	-	0	+	0	-	-

Conclusion

Sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$: $a \in \left] -\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{6} \right[\cup \left] \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right[$

Le 17 avril 2007

EXTRI215 – Louvain, juillet 2006

Pour les affirmations suivantes, cochez vrai si l'affirmation est vraie ou faux si l'affirmation est fausse.

- La moyenne de n'importe quelle paire d'angles d'un triangle est supérieure à 90°

vrai faux

- La solution **unique** de $3 \sin a + 4 \cos a = 5$ est $\sin a = 3/5$ et $\cos a = 4/5$

vrai faux

- $(\sin a \cos b + \cos a \sin b)^2 + (\cos a \cos b - \sin a \sin b)^2 = 2$.

vrai faux

- Dans un triangle rectangle en A , on a $\sin C - \cos C = \cos B - \sin B$

vrai faux

1) Faux

2) Soit $\sin a = x$ et $\cos a = y$.

Il nous faut résoudre le système suivant :
$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = \frac{5-3x}{4} \\ x^2 + \left(\frac{5-3x}{4}\right)^2 = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow 16x^2 + 25 - 30x + 9x^2 = 16 \rightarrow (5x-3)^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases}$$

Il n'y a donc qu'une seule solution

3) $(\sin a \cos b + \cos a \sin b)^2 + (\cos a \cos b - \sin a \sin b)^2$

$$= \sin^2(a+b) + \cos^2(a+b) = 1$$

→ Faux

4) Dans un triangle rectangle en A :
$$\begin{cases} \sin C = \cos B \\ \cos C = \sin B \end{cases}$$

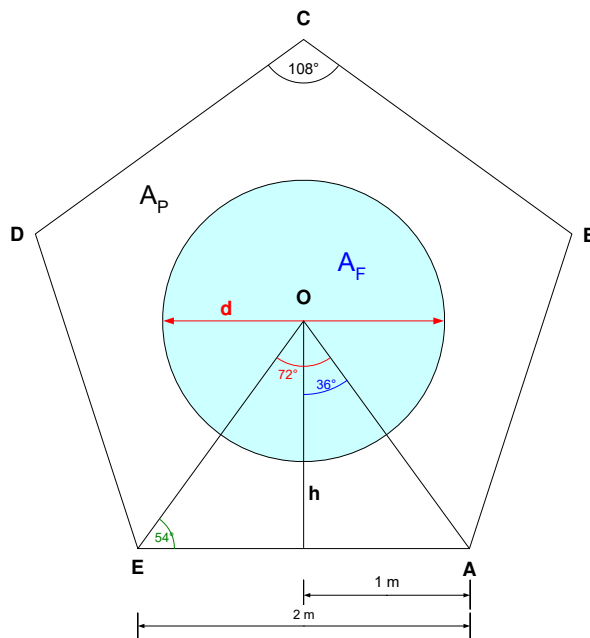
→ $\sin C - \cos C = \cos B - \sin B$ → Vrai

Le 17 avril 2007

EXTRI216 – Louvain, juillet 2006

Un parterre de fleurs a la forme d'un pentagone régulier dont le coté a une longueur de 2 mètres. On décide de mettre au centre de ce pentagone une fontaine circulaire d'un diamètre de d cm.

1. Faites un croquis de la situation et indiquez les mesures connues.
2. Comment choisir le diamètre d du cercle tel que la superficie restante du parterre mesure exactement 4 m² ?
3. Comment choisir le diamètre d du cercle tel que la superficie restante du parterre est la moitié de la superficie originale ?



$$h = 1 \times \tan 54^\circ$$

$$\text{Surface du pentagone : } A = 5 \times \frac{2 \times \tan 54}{2} = 6.88 \text{ m}^2$$

1er cas Surface du parterre: $A_p = 4 \text{ m}^2$

$$\text{Surface de la fontaine : } A_f = A - 4 = 2.88 \text{ m}^2$$

$$\text{Diamètre de la fontaine : } d = \sqrt{\frac{4A_c}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 2.88}{\pi}} = \boxed{1.915 \text{ m}}$$

2ème cas Surface du parterre : $A_p = \frac{A}{2}$

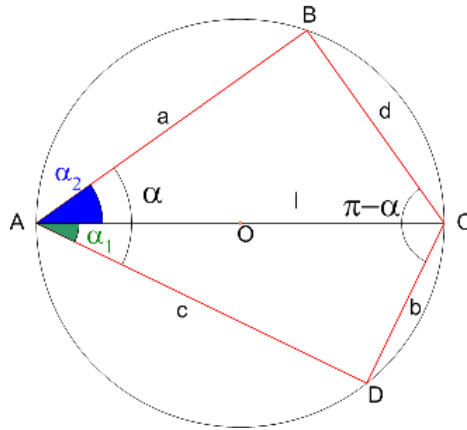
$$\text{Surface de la fontaine : } A_f = \frac{A}{2} = \frac{6.88}{2} = 3.44 \text{ m}^2$$

$$\text{Diamètre de la fontaine : } d = \sqrt{\frac{4A_c}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 3.44}{\pi}} = \boxed{2.093 \text{ m}}$$

Le 17 avril 2007

EXTRI217 – Louvain, septembre 2006

Dans un quadrilatère $ABCD$, on donne les côtés opposés $AB = a$ et $CD = b$; on a aussi les angles B et D égaux à 90° et l'angle aigu A égal à α .
Calculer les côtés inconnus et l'aire S du quadrilatère.



Les triangles ABC et ADC étant rectangles, nous en tirons directement les relations suivantes :

$$\begin{cases} a = l \cos \alpha_2 \\ b = l \sin \alpha_1 \\ c = l \cos \alpha_1 \\ d = l \sin \alpha_2 \end{cases} \quad \text{De plus, } \alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

$$\begin{aligned} \text{Nous avons alors : } d &= l \sin \alpha_2 = l \sin(\alpha - \alpha_1) = l(\sin \alpha \cos \alpha_1 - \cos \alpha \sin \alpha_1) \\ &= l \left(\sin \alpha \cdot \frac{c}{l} - \cos \alpha \cdot \frac{b}{l} \right) = c \sin \alpha - b \cos \alpha \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{De même : } c &= l \cos \alpha_1 = l \cos(\alpha - \alpha_2) = l(\cos \alpha \cos \alpha_2 + \sin \alpha \sin \alpha_2) \\ &= l \left(\cos \alpha \cdot \frac{a}{l} + \sin \alpha \cdot \frac{d}{l} \right) = a \cos \alpha + d \sin \alpha \quad (2) \end{aligned}$$

(1) et (2) forment un système que nous pouvons résoudre facilement par la méthode de Cramer :

$$\begin{cases} c \sin \alpha - d = b \cos \alpha \\ c - d \sin \alpha = a \cos \alpha \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c = \frac{\begin{vmatrix} b \cos \alpha & -1 \\ a \cos \alpha & -\sin \alpha \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sin \alpha & -1 \\ 1 & -\sin \alpha \end{vmatrix}} = \frac{\cos \alpha (-b \sin \alpha + a)}{-\sin^2 \alpha + 1} = \frac{a - b \sin \alpha}{\cos \alpha} \\ d = \frac{\begin{vmatrix} \sin \alpha & b \cos \alpha \\ 1 & a \cos \alpha \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sin \alpha & -1 \\ 1 & -\sin \alpha \end{vmatrix}} = \frac{\cos \alpha (a \sin \alpha - b)}{-\sin^2 \alpha + 1} = \frac{a \sin \alpha - b}{\cos \alpha} \end{cases}$$

L'aire du quadrilatère est la somme des aires des deux triangles

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} c a \sin \alpha + \frac{1}{2} b d \sin(\pi - \alpha) = \frac{1}{2} \sin \alpha \left(\frac{a - b \sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot a + b \cdot \frac{a \sin \alpha - b}{\cos \alpha} \right) \\ &= \frac{\tan \alpha}{2} (a^2 - ab \sin \alpha + ab \sin \alpha - b^2) = \frac{\tan \alpha}{2} (a^2 - b^2) \end{aligned}$$

Conclusions:

$$\boxed{\begin{aligned} c &= \frac{a - b \sin \alpha}{\cos \alpha} \\ d &= \frac{a \sin \alpha - b}{\cos \alpha} \\ A &= \frac{\tan \alpha}{2} (a^2 - b^2) \end{aligned}}$$

EXTRI218 – Louvain, septembre 2006

Résolvez en fonction de x l'inéquation suivante. $\frac{1 - \sin x}{1 - 2 \sin x} < \frac{1 + \sin x}{1 - 4 \sin^2 x}$

$$\frac{1 - \sin x}{1 - 2 \sin x} < \frac{1 + \sin x}{1 - 4 \sin^2 x} \rightarrow \frac{1 + \sin x}{1 - 4 \sin^2 x} - \frac{1 - \sin x}{1 - 2 \sin x} > 0$$

$$\rightarrow \frac{1 + \sin x - (1 - \sin x)(1 + 2 \sin x)}{(1 - 2 \sin x)(1 + 2 \sin x)} > 0 \rightarrow \frac{\sin^2 x}{(1 - 2 \sin x)(1 + 2 \sin x)} > 0$$

Cherchons les zéros des différents facteurs

a) $\sin^2 x = 0 \rightarrow x = k\pi$

b) $1 - 2 \sin x = 0 \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$

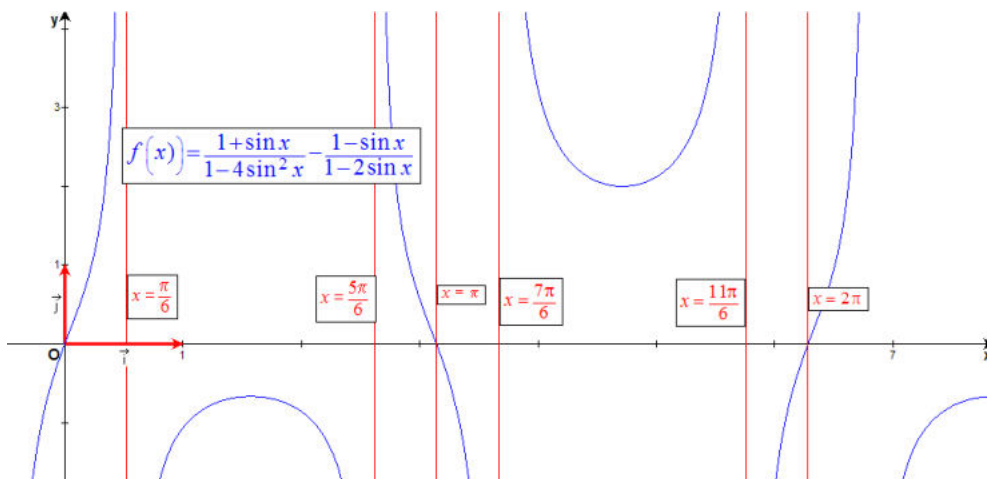
c) $1 + \sin 2x = 0 \rightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$

Ce qui permet de construire le tableau de signes suivant :

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\sin^2 x$	0	+	+	+	+	+	0
$1 - 2 \sin x$	+	+	0	-	0	+	+
$1 + 2 \sin x$	+	+	+	+	+	+	0
	0	+	∴	-	∴	+	0

Conclusion:

Sur l'intervalle $[0, 2\pi]$ $x \in \left] 0; \frac{\pi}{6} \right[\cup \left] \frac{5\pi}{6}; \pi \right[\cup \left] \pi; \frac{7\pi}{6} \right[\cup \left] \frac{11\pi}{6}; 2\pi \right[$



Le 17 avril 2007

EXTRI219 – EPL, UCL, LLN, septembre 2006

Pour les affirmations suivantes, cochez la réponse correcte.

- La somme des deux plus petits angles d'un triangle obtus est
 - a) inférieur à 90°
 - b) supérieur à 90°
 - c) égal à 90°
- L'équation $\sin 2a = \cos 2a$ possède pour $0 < a < 360^\circ$
 - a) 2 solutions
 - b) 4 solutions
 - c) 8 solutions
- Dans un triangle rectangle en A, soit AH la hauteur. Alors $BH \cdot HC - AH^2$
 - a) est égal à 0
 - b) est positif
 - c) est négatif
- Dans l'intervalle $160^\circ < a < 350^\circ$ la fonction $(1 - \cos 2a - \sin a)$ change
 - a) 1 fois de signe
 - b) 2 fois de signe
 - c) 3 fois de signe

1) Soit α l'angle obtu $\rightarrow \alpha > 90^\circ$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \rightarrow \beta + \gamma = 180^\circ - \alpha < 90^\circ \rightarrow \text{Solution a)}$$

2) $\sin 2a = \cos 2a \rightarrow \tan 2a = 1 \rightarrow 2a = \frac{\pi}{4} + k\pi \rightarrow a = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$

\rightarrow Quatre solutions $\left(\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}, \frac{13\pi}{8} \right)$

3) C'est un théorème relatif au triangle rectangle

$$AH^2 = BH \times HC \rightarrow \text{Solution a)}$$

4) Etudions le signe de la fonction $f(a) = 1 - \cos 2a - \sin a$

$$\rightarrow f(a) = \cos^2 a + \sin^2 a - \cos^2 a + \sin^2 a - \sin a = \sin a(2 \sin a - 1)$$

	150	160	180	350	360
$\sin a$	+	+	+	0	-
$2 \sin a - 1$	0	-	-	-	-
$f(a)$	0	-	-	0	+

Donc 1 seul changement de signe] $160^\circ, 350^\circ$ [

Le 17 avril 2007